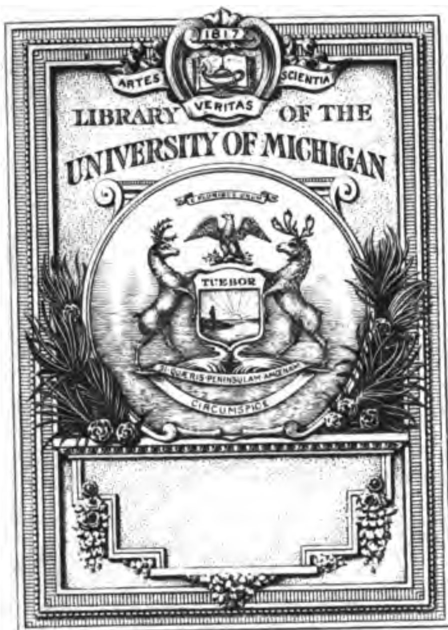

1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

GRONDBEGINZELEN

DER

KEGELSNEEDEN.

GRONDBEGINZELEN

DER

KEGELSNEEDEN,

BEVATTENDE

DE EERSTE EN VOORNAAMSTE EIGENSCHAPPEN

VAN DE

PARABOLA, ELLIPS EN HYPERBOLA.

TEN DIENSTE DER LEERLINGEN OPGESTELD

DOOR

NICOLAAS YPEY,

Hoog-Leeraar der Wiskunde, en Sterktebouw aan 's-Lands Hooge School te Franeker, en Lid van de Hollandsche Maatschappye der Weetenschappen te Haarlem.



TE AMSTERDAM,

By *YNTEMA en TIEBOEL.*

1769.

VOORREEDEN

VAN

PYBO STEENSTRA.

Het is buiten allen twyffel dat de bespiegelingen der eerste Wiskunstenaaren reeds op de doorsnydingen van de Kegels gevallen zyn. Want daar wordt gewag gemaakt (*a*) dat ARISTÆUS *de Meetkunstenaar*, EUDOXUS GNIDIUS, MENECHMUS, EUCLIDES, CONON, TRASIDEUS, NICOTELES, ARCHIMEDES en DOSITHEUS, die alle voor den tyd van *Apollonius* leefden, de Kegelsneeden reeds beoefend hebben. En hoewel *Montucla*, in zyne Historie der Wiskunde (*b*), aanmerkt, dat 'er geene genoegzaame bewyzen zyn, om de stelling van zommigen, als of PLATO allereerst de Kegelsneeden ontdekt zoude hebben, voor zeeker te houden: is 'er nogtans veel waarschynlykheid, dat ze in zyn tyd, en dus ook by hem zelven, reeds niet meer onbekend waren: om dat ze by de eerste Leerlingen, die hem in zyne School opvolgden, niet alleen bekend geweest zyn; maar zommigen van hen reeds merkelyke vorderingen in dezelve schynen gemaakt te

(*a*) CLAUDII RICHARDI, *in Apoll. Pergæi Conic.*, *Admon. ad Lect. Geom. Stud.*, Sect. II.

(*b*) Partie I. Liv. III.

te hebben: want men vind aangeteekend, dat MENECHMUS de Kegelsneeden reeds gebruikte, om 'er de Vraagstukken van de midden-evenredigen, en van de verdubbeling van den Taerling, op meer dan eene wyze, door op te lossen: welke Oplossingen door EUTOCIUS, in zyne Commentariën over *Archimedes*, voor ons bewaard gebleven zyn. Volgens de Aanteekening van *Pappus* (*a*), heeft ARISTÆUS *de Oude* reeds vyf boeken over de Kegelsneeden geschreeven; welke niet tot ons gekomen; maar, gelyk veele andere schriften der Ouden, verlooren geraakt zyn: waar van echter, volgens *Saverien* (*b*), geen ander bewys schynt te zyn, dan alleen het bericht van PAPPUS. Zeekerder is het dat EUCLIDES, die *Aristæus* opvolgde, vier boeken over de Kegelsneeden geschreven heeft.

APOLLONIUS PERGÆUS eindelyk, die omtrent honderd en vyftig jaaren voor de geboorte van den Zaligmaaker bloeide, en in de School te Alexandriën de Leerlingen van EUCLIDES gehoort heeft; verzamelde alles wat de Meetkundigen, die voor hem geleeft hebben, van de Kegelsneeden ontdekt en geschreeven hadden, by een; en 'er zyne eigene uitvindingen byvoegende, maak-

(*a*) *Collect. Mathem.* Lib. VII.

(*b*) *Dict. de Mathem. in voce Section Conique.* Zie ook VINCENTII VIVIANI *Divinatio secunda de Locis Solidis Aristæi Senioris in Præfat.*

maakte een zamenstel van agt boeken over de Kegelsneeden, die nog alle in weezen zyn, en als een der allerwaardigste gedenkstukken van de Ouden, by de Wiskundigen geacht en bewaart worden.

EUCLIDES in zyne Kegelsneeden beschreef de eigenschappen van drie byzondere vlakken, die uit de doorsneede van een Kegel voortkwamen; waar van het eerste, door den top van den Kegel en deszelfs grondvlak gaande, altyd een gelykbeenige driehoek was: het tweede vlak kwam voort uit de doorsneede des Kegels evenwydig aan zyn grondvlak; welke doorsneede bygevolg de Cirkel is: en de derde sneede ging altyd regthoekig door eene der opstaande zyden van den Kegel. Het vlak van deeze laatste snyding had drieërlei eigenschappen, die merkelyk van elkander onderscheiden waren: en haaren oorsprong hadden, uit de drieërlei zoort van Kegels, als Regthoekige, Scherphoekige en Stomphoekige, waar van *Euclides* gebruik maakte. Hy bepaalde een Kegel te zyn, *de Lichaamelyke figuur, die door de beweeging eens regthoekigen driehoeks, om een van zyne regthoeks zyden, beschreven wordt.* Zo de tophoek deezes driehoeks half recht, of vyf en veertig graaden was, wierd de tophoek des Kegels regt, en de Kegel regthoekig genoemd: weshalven dan de doorsneede, regthoekig door eene der opstaande zyden gaande, evenwydig met de andere opstaande zyde

 liep;

liep; en daarom het vlak gaf, dat wy nu gewoon zyn de Parabola te noemen. Zo de tophoek van den ronddraaijenden regthoekigen driehoek minder dan half regt, of minder dan vyf en veertig graaden was, wierd de tophoek van den Kegel minder dan regt; de Kegel een ſcherphoekige Kegel genoemd, en de ſneede, regthoekig door eene der opſtaande zyden gaande, kwam het grondvlak van den Kegel, of deszelfs verlengde, te ontmoeten; weshalven het vlak deezer ſnyding het zelfde was, als dat wy thans de Ellips noemen. En eindelyk, als de tophoek van den ronddraaijenden driehoek meer dan half regt was, waar door de tophoek van den Kegel ſtomp wert, had men den ſtomphoekigen Kegel; wiens doorſneede, regthoekig door eene der opſtaande zyden gaande, en naar boven verlengd zynde, het verlengde der andere opſtaande zyde ontmoette: diensvolgens was het vlak, dat uit deeze ſnyding voortkwam, het zelfde, dat naderhand de Hyperbola genoemd is.

Apollonius gaf eene veel algemeener bepaaling van den oorſprong des Kegels: hy onderſtelde ſlegts een Cirkel, met eene onbepaalde regte lyn; gaande de laatſte door den omtrek deezes cirkels, en door eenig vast punſt; ergens, buiten het vlak deezes cirkels, naar welgevallen genomen: en noemde de Lichaamelyke figuur, die door de beweeging of ronddraaijing deezer onbepaalde reg-

regte lyn, rontom het gegeeven punct, en altyd door den omtrek des cirkels gaande, wort ingesloten, een Kegel. Vervolgens toonde hy aan, dat elke Kegel, zonder onderſcheid van regthoekig- of ſcheefhoekigheid, mits derzelver grondvlak maar een Cirkel was, alle drie de laastgemelde vlakken, die EUCLIDES beſchreven had, konde uitleveren: indien de ſnyding maar op drie onderſcheidene wyzen wert ingericht; en wel zodaanig, dat men, zonder te letten of de ſneed regt- of ſcheefhoekig door eene der opſtaande zyden van den Kegel ging; maar zorge droeg, dat de eene ſnyding evenwydig met eene der opſtaande zyden van den Kegel geſchiedde: en dat van de beide anderen, in tegenſtelling der evenwydigheid aan de grondvlakte of opſtaande zyde des Kegels, de eene ſneede de verlengde grondvlakte; en de andere het verlengde van eene der opſtaande zyden ontmoette.

Vervolgens heeft APOLLONIUS aan deeze drie byzondere ſneeden de naamen van *Parabola*, *Ellips* en *Hyperbola* gegeeven; met welke ze nog hedendaags benoemd worden: de oorſprong deezer benaamingen trekkende, uit de verſchillende overeenkomst, die de vierkanten der halve Ordinaten, in de verſchillende kromme lynen, met de regthoeken van derzelver Abſciſſen en Parameters hebben. Want ontdekt hebbende, dat in de eer-

ſte ſnede, de evenwydige naamelyk aan eene der opſtaande zyden, het vierkant der halve Ordinate altyd gelyk was, aan den regthoek der Abſcisſe met den Parameter; noemde hy het vlak van deeze doorſnyding een Parabola. Terwyl hy, bemerkt hebbende dat, van de tweede ſneede, die het verlengde grondvlak van den Kegel ontmoet, het vierkant der halve ordinate altyd minder dan deezen regthoek was; het vlak deezer doorſnyding een Ellips noemde. En in tegendeel van de derde ſneede, die het verlengde van eene der opſtaande zyden ontmoet, het vierkant der halve Ordinate altyd grooter dan de regthoek der Abſcisſe en Parameter vindende; gaf hy aan het vlak van deeze doorſneede den naam van Hyperbola. Op die wyze de Kegelſneeden bepaald hebbende, bewees *Apollonius* niet alleen alle de Voorſtellen, die *Euclides* en andere Wiskunſtenaars reeds voor hem, in dezelve ontdekt en beſchreven hadden; maar vermeerderde derzelver getal in zo verre, dat hy een volkomen zamenſtel van agt boeken voor den dag bragt; in dewelken hy de eigenſchappen der Kegelſneeden, op eene Meetkundige wyze, met dezelfde Wiskundige ſtrengheid, zuiverheid en naauwkeurigheid, behandelde, als *Euclides* de Grondbeginzelen der Meetkunst beweezen had. Het is daarom dat in dit uitmuntend Werk van *Apollonius* de ſterkſte trekken

ken van een allerverhevenst verstand, doordringend oordeel, en allerdiepste kennis der Wiskunde, met zo veel klaarheid doorstraalen; dat hy zedert by allen, die zyne Werken gekend hebben, met den naam van den Grooten Wiskunstenaar is genoemd geweest. Veelen der Ouden hebben de Kegelsneeden van *Apollonius* met hunne aanteekeningen, ophelderingen en byvoegzels verrykt en uitgegeeven: onder welken PAPPUS *de Alexandriner* (*a*), HYPATHIA, de Dogter van THEON, mede van Alexandriën (*b*): en EUTOCIUS *de Ascaloniër* voornaamelyk bekend zyn, benevens eenige anderen, uit de Arabieren en Perfen (*c*).

De vier eerste boeken van APOLLONIUS hebben de Meetkunstenaars van alle tyden af in handen gehad: en verscheide hebben 'er van tyd tot tyd Latynsche overzettingen van bezorgd: onder welken JOANNES BAPTISTA MEMMIUS, een Venetiaan, doorgaans de eerste genoemd wort: wiens overzetting echter veele onnaauwkeurigheden en gebreeken heeft (*d*). Met een gelukkiger uitvoering is hy gevolgd door den Abt FRANCISCUS MAUROLICUS; een zeer voornaam Wiskun-

(*a*) *Collect. Mathem.* L. VIII.

(*b*) CLAUD, RICH. L. L. Sect. X.

(*c*) BORELLIUS & HALLEI, *in Præfat. ad Apoll. Conic.*

(*d*) HEILBRONNER, *Math. Univ. Hist*, pag. 275.

kunſtenaar te Mesſina, die ook drie boeken over de Spheer van *Theodoſius*, als mede drie boeken over de Klootſche Driehoeken van *Menelaus* heeft uitgegeeven. Vervolgens heeft de beroemde FREDERICUS COMMANDINUS een heerlyke Latynſche overzetting der vier eerſte boeken van *Apollonius* bezorgd; als mede van de Voorbewyzen (of Lemmata), die *Pappus* by deeze boeken van *Apollonius* gevoegd had; en van de aanteekeningen die *Eutocius* over dezelve gemaakt heeft: welke *Commandinus* grootelyks opgehelderd; en met zyne eigene aanteekeningen merkelyk vermeerderd heeft. Deeze zyn vervolgens door CLAUDIUS RICHARDUS, BARROW, en naderhand door veele anderen gevolgd. Maar de vier overige boeken van *Apollonius* heeft men zeer langen tyd voor verloren gehouden: en verſcheide voornaame Wiskunſtenaars, onder welken de Abt FRANCISCUS MAUROLICUS (*a*) en VINCENTIUS VIVIANI (*b*), die den inhoud deezer boeken uit de aantekeningen van *Eutocius* gezien hadden, hebben getragt dit verlies eenigermaten te herſtellen, door Werken van den zelfden inhoud te ſchryven: tot dat eindelyk in de verleedene eeuw de vyfde, zesde en zevende boeken, door de zorg van JOANNES AL-

(*a*) *In Conicorum Apoll. Perg. Emendatione & Reſtitutione.*

(*b*) *De Maximis & Minimis Geometrica Divinatio in Quintum Apoll. Perg. Conic. Lib.*

ALFONSUS BORELLUS, wederom zyn te voorschyn gekomen. By deeze zeven boeken heeft de beroemde Engelsche Wiskunstenaar, EDMOND HALLEY, na dat hy de vier eerste tegens een voornaam Grieksch handschrift, uit de Wiskundige Bibliotheek van *Savilius*; en de overzetting der drie volgende van *Borellus*, tegens verscheide Arabische en Persische handschriften had overgezien; ook het agtste boek uit de Arabische en Persische taalen overgezet, en bygevoegd (*a*): zo dat hy door deez' zynen arbeid, alle de agt boeken van APOLLONIUS wederom hersteld, en ons een zeer schoone uitgaave van dezelve, als mede van de Aanteekeningen van EUTOCIUS over de vier eerste boeken, bezorgd heeft.

Zeedert het gebruik der Algebra zo algemeen geworden is, dat de Wiskunstenaars dezelve zo wel op Meetkundige grootheden als op Reekenkundige hebben toegepast; heeft men de eigenschappen der Kegelsneeden op tweërlei wyze beginnen te verhandelen: waar van de eene de *Synthetische*, en de andere de *Analytische* genoemd wort. De Synthetische wyze noemt men die, van welke de Ouden zig bediend hebben; en bestaat in het ontdekken der diepste en verborgenste waarheden, door de eenvoudigste te vooren vastgestel-

de

(*a*) Zie HALLEII, *Præfat: Cit.*

de en beweezene grondbeginzelen; uit welke ze, als by trappen, door de zuiverste en strengste Redeneertrant getrokken, in het helderste daglicht gesteld, en met de grootste zeekerheid beweezen worden. De Analytische wyze bestaat hier in, dat men in het ontdekken der waarheden, voor Meetkundige grootheden zeekere Algebraïsche uitdrukkingen stelt, die derzelver waardyen te kennen geeven; uit welker overeenkomsten met elkander vergelykingen worden opgemaakt; die doorgaans, op eene ingewikkelde en zamengestelde wyze, verscheide waarheden in zig bevatten; van welke dan eindelyk, door de ontbinding deezer vergelykingen, de voorstellen, die begeert worden, te voorschyn komen. Zo dat men door de Synthesis met de allereenvoudigste beginzelen aanvangt, en daar uit tot de betoging der meest zamengestelde en verborgenste waarheden voortgaat: terwyl in tegendeel de Analysis meest al met ingewikkelde en zamengestelde waarheden aanvangt; en door derzelver ontbinding, de ontdekking van eenvoudige bekomen wordt. Beide deeze handelwyzen hebben haare byzondere nuttigheden en verdiensten: en schoon een Wiskunstenaar de eene even zo min als de andere ontbeeren kan; is het nogtans buiten alle bedenking, dat tot het onderwys van eerstbeginnenden, de Synthetische wyze zeer verre boven de Analytische den voorrang

rang verdient. Myns bedunkens zoude de beste handelwyze der Kegelsneeden zyn, dat men derzelver booft-eigenschappen op eene Synthetische wyze, volgens de gronden en Regelen der zuivere Meetkunst bewees; deeze beweezene eigenschappen in Analytische uitdrukkingen bragt; wanneer men doorgaans in staat is, enkel door middel van gevolgtrekking, langs kortere en gemakkelyker wegen, veele andere eigenschappen, op eene Analytische wyze, uit dezelve af te leiden. De Analytische wyze wort wel doorgaans, tot het ontdekken van nieuwe eigenschappen, gereekend beeter geschikt te zyn, dan de Synthetische; dog hoewel de meeste en voornaamste der hedendaagsche Wiskunstenaaren dezelve in hunne verhandelingen over de Kegelsneeden gebruiken, kan men echter niet zeggen, dat daar door ontdekkingen, van eenig merkelyk aanbelang in de eigenschappen der Kegelsneeden gedaan zyn: dewyle men in alle de Analytische verhandelingen naauwlyks eenige eigenschappen ontmoet, die niet in het volkomen Werk van *Apollonius* gevonden worden; en dus by de Ouden niet reeds bekend geweest zyn.

Men denke daarom niet, dat de naspooring der hedendaagsche Wiskunstenaaren, omtrent de eigenschappen der Kegelsneeden, vrugteloos geweest is, dat zy verre: want behalven dat ze den weg gebaand hebben, om door Analytische uitdrukkingen

gen derzelver aart en eigenschappen veel korter en beknopter onder het oog te kunnen brengen; en daar door met veel gelukkiger gevolg derzelver gebruik op de Meetkunst hebben toegepast, dan de Ouden: die, buiten de oplossing van menigvuldige Meetkundige Vraagstukken, alleen maar het beschryven der vlakke en lichaamelyke Meetkundige plaatzen betreffende, tot welke ze doorgaans twee of meer kromme lynen der Kegelsneeden benodigt hadden; zeer weinig gebruik van de Kegelsneeden maakten; hebben de hedendaagsche Wiskunstenaars de oplossing deezer Vraagstukken, die zeer veele verheevene, ingewikkelde en diepzinnige bespiegelingen vereischen, merkelyk verkort, eenvoudiger gemaakt, en met menigvuldige andere nuttige Vraagstukken vermeerderd. Dog voornaamelyk zyn wy de hedendaagsche Wiskunstenaars oneindig verplicht, voor het gelukkig gebruik, dat ze van de Kegelsneeden in de meeste voornaamste deelen der Wiskunde, en in al de deelen der Natuurkunde gemaakt hebben: waar van by de Ouden geheel geen voetspoor gevonden wort. En daarom hoe hoog men ook de nuttigheid der Reekenkunst, de voortreffelykheid der Algebra of Stelkunst, en de verhevenheid der Fluxie-Reekening mag schatten; en hoe zeeker het zy, dat men, zonder derzelver kennis, even min als zonder de kennis der uitmuntende

Meet-

Meetkundige Voorſtellen van EUCLIDES, niets in de Wiskunde verrichten kan: maak ik echter geen zwaarigheid of een ieder, die ſlegts een weinig in de Wiskundige weetenſchappen ervaaren is, zal my volkomen toeſtemmen; voor eerst, dat iemand, zonder behulp der Kegelſneeden, tot geene andere kennis, zelf van de zuivere Wiskunde, dan die der eerſte beginzelen ſlegts, geraaken kan. En ten tweeden, dat geen gedeelte der zuivere Wiskunde op de gemengde grooter invloed heeft, noch in dezelve van een uitgeſtrekter gebruik is; dan de Kegelſneeden.

Om van het eerſte overtuigd te zyn; behoeft men, behalven dat de Kegelſneeden zelve een aanzienlyk gedeelte der zuivere Wiskunde uitmaaken, voornaamelyk het oog te vestigen op dat gedeelte, het welk by de hedendaagſche Wiskunſtenaaren doorgaans de hoogere Meetkunst genoemd wordt: van het welk de beſchouwing der Eigenſchappen van de kromme lynen in 't Algemeen, niet ſlegts het grootſte gedeelte, maar byna het gantſche onderwerp uitmaakt. En dewyle, onder alle de kromme lynen, de Kegelſneeden de voornaamſte plaats beſlaan; en van meest alle de overigen den grondſlag bevatten; zal het niet moeijelyk om te begrypen zyn; dat de Kegelſneeden als de Ziel der hoogere Meetkunst moeten worden aangemerkt. Zeer veel wordt het

gebruik der Algebra verkleint, als men derzelver toepassing op de Kegelsneeden wegneemt: en nog meer verliest de Fluxie-Rekkening van haare uitgebreide nuttigheid, zo men haar niet toelaat dezelve op de eigenschappen der Kegelsneeden te oeffenen. Het is derhalven niet zonder reedenen, dat de LA HIRE in zyne Voorreeden tot de Kegelsneeden zegt, dat alles, wat in de Wiskundige zaaken uitmuntende en verheven is, uit de Eigenschappen der Kegelsneeden wordt afgeleid (*a*). Die dan zo veel kennis van de Meetkunst verlangen te hebben, dat ze in staat zyn eenig gebruik van dezelve te kunnen maaken; dienen noodzaakelyk, na dat ze de voornaamste voorstellen der ses eerste en elfde en twaalfde boeken van EUCLIDES, als mede de allereerste beginzelen van de Algebra geleerd hebben, terstond met de Kegelsneeden aan te vangen: om zig dus den weg tot de hoogere Meetkunst te baanen.

Niet minder klaarblykelyk is de groote invloed der Kegelsneeden op de Gemengde Wiskunde, die te gelyk de voornaamste deelen der Natuurkunde uitmaakt. Want om niet te spreeken van derzelver gebruik in de Aardrykskunde, dewyle dit by veelen misschien als wat al te verre gezogt zoude kun-

(*a*) *Quidquid est in Mathematicis eximium & præclarum, ex Conicarum Sectionibus velut fontibus derivatur.*

kunnen voorkomen; schoon nogtans de zeer beroemde Wiskunstenaars MAUPERTUIS, CLAIRAUT, CASSINI en veele anderen, om de waare grootte en gedaante van den Aardkloot te bepaalen, wel degelyk van de eigenschappen der Kegelsneeden gebruik gemaakt hebben; waar van onze Landsgenooten een blyk kunnen vinden, in de Natuur- en Wiskundige Aardryksbeschouwing van den Heere LULOFS *(a)*; zal ik den Leezer liever leiden tot de verhevenste aller Weetenschappen, naamelyk tot de Sterrekunde. Zo wel het beschouwende, als werkdaadige, van dit alleruitmuntendst gedeelte der gemengde Wiskunde; rust althans geheel en al op de kennis der Kegelsneeden. Want hoe zoude men, zonder kennis van de eigenschappen der Ellips, gekomen zyn, tot de bepaaling der middelpuntskragten in het algemeen; en byzonderlyk tot de bepaaling der kragten, die de Planeeten in hunne wandelkringen houden; om daar uit af te leiden, dat deeze wandelkringen, zo wel als die van de Comeeten, noodzaakelyk Ellipsen zyn moeten? Gelyk, schoon van achteren, de waarneemingen bevestigen dat ze in der daad zyn. Zo dat men, zonder behulp der Ellips, van geene Dwaalsterre noch Staartsterre den wandelkring uit derzelver waarneemingen zoude kunnen be-

(a) Eerste Hoofdstuk.

bepaalen: veel min noch de waare plaats, in welke eenig Planeet of Comeet zig in haar eigen loopkring t'eeniger tyd bevint, bevonden heeft, of bevinden zal, kunnen bereekenen. Steunt niet de gantsche weetenschap der voortgeworpene Lichaamen, die een zeer voornaam gedeelte der Beweegkunde uitmaakt; en de eenigste grondslag der gantsche Boschschietery, of van het werpen van Bomben is, ten eenemaale op de eigenschappen van de Parabola? men behoeft maar als ter loops, en met een vlugtig oog, de voortreffelyke Werken der beroemdste Natuur- en Wiskundigen, als van HUYGENS, NEWTON, DE BERNOUILI'S, 's GRAVEZANDE, MUSSCHENBROEK, EULER, D'ALEMBERT en zeer veele anderen te doorwandelen; om overtuigd te zyn, dat men, zonder de kennis der voornaamste eigenschappen van de Parabola en Hyperbola, naauwelyks eenige gegronde kennis kan hebben; noch van de kragten van vry bewoogene Lichaamen; noch van de tegenstanden of vertraagingen, die ze in hunne beweegingen, door allerlei zoort van middenstoffen ontmoeten: noch van de kragten die de vloeistoffen oeffenen, het zy ze rustende zyn, en door hun gewigt tegens de bodems of wanden drukken, die hen tegen houden: het zy ze in beweeging zyn, en daar door met ingelyfde kragten tegens andere Lichaamen bewoogen worden; die hun zomtyds tot onbeweeg-

weegbaare hinderpaalen verſtrekken; en zomtyds mede in beweeging gebragt worden; en tot onwaardeerbaar nut voor het menſchelyk geſlagt verſtrekken: waar van, behalven onnoemelyk veele andere werktuigen, die door de beweeging van water of wind gedreeven worden, vooral de menigvuldige Molenwerken, overheerlyke voorbeelden uitleveren. Ik zwyge van zeer veele gevallen en omſtandigheden, die in de Bouwkunde, zo wel in de Burgerlyke en Krygsbouwkunde, als in de Scheepsbouw, dikwils voorkomen; daar de kennis der Kegelſneeden niet zelden van een uitſteekend nut in is.

Dewyle nu de toepasſing der Kegelſneeden op de Natuurkunde van oneindig grooter en weezentlyker nut is, dan derzelver gebruik in de beſchryving der Meetkundige plaatzen; is de kennis der Kegelſneeden daar door ook van zo veel te grooter waarde geworden, zo wel voor de Wiskunſtenaaren zelve, als voor hun die de geheimen der Natuur, en derzelver wetten van werking en beweeging naſpooren. Om deeze reedenen hebben de laatere en hedendaagſche Wiskunſtenaars nuttiger geoordeeld, de toepasſing der zuivere Wiskunde op de gemengde Wiskunde, en Natuurkundige weetenſchappen, uit te breiden; dan wel de menigvuldige reeds bekende eigenſchappen der Meetkundige figuuren, met meerdere uitvindingen te ver-

ryken. Zy bemerkten dat de eigenſchappen der Kegelſneeden, die APOLLONIUS en anderen reeds ontdekt en beſchreeven hadden, niet alle even noodzaakelyk waren. Dit heeft veelen aangeſpoord, om uit dezelve alle zodanige eigenſchappen, die op de overige deelen der Wis- en Natuurkunde den grootſten invloed hebben, uit te kippen; en op zig zelven afzonderlyk, uit haare eigene Grondbeginzelen, te bewyzen; waar uit een aanzienlyke menigte van verſchillende zamenſtelzels over de Kegelſneeden, in allerlei taalen, gebooren zyn: welker getal zo groot is, dat de optelling daar van al een geheele lyst zoude uitleveren. Ik zal my daarom vergenoegen, met aan te merken, dat onder de eerſte Schriften, die met dit oogmerk, en met een zeer goed gevolg, zyn zamengeſteld; doorgaans gereekend worden, (als meest bekend zynde,) de Werken over de Kegelſneeden van de beroemde Wiskunſtenaaren GREGORIUS de S^t. VINCENT, de LA HIRE en L'HÔPITAL. Schoon de zamenſtelzels van verſcheide anderen, die dit zelfde voetſpoor gevolgd zyn, geen minder lof verdienen.

Men zal ophouden zig te verwonderen, dat de ſmaak der Wiskunde, by onze Nederlanders, die alleen Nederduitſche boeken leezen, hedendaags nog zo ouderwets is: en dat de Voorraad van Werken, die in onze Moedertaal over de Kegelſneeden geſchreeven zyn, zo gering is: als men aanmerkt dat

zee-

zeedert zestig jaaren in onze taal, myns weetens, naauwelyks drie kleine Werkjes (*a*) over eenig gedeelte der zuivere Wiskunde geschreeven zyn: die tot handleiding voor eerstbeginnenden verstrekken kunnen. Veel min dat 'er in al dien tyd iemand onzer Landsgenooten eene handleiding over de Kegelsneeden heeft uitgegeeven. Wy hebben echter nog het uitmuntend fraai, maar zeer beknopt, Werkje over de Kegelsneeden; dat onze vermaarde GERARD KINKHUIZEN, wiens Algebraïsche schriften van den grooten NEWTON boven alle anderen geschat werden, in den jaare 1666 uitgegeeven, en volgens de Analysis behandeld heeft. Op dezelfde wyze heeft ook onze beroemde Wiskunstenaar A. DE GRAAF zyne Grondbeginzelen der Kegelsneeden behandeld: welke mede ongemeen kort, en nog in aller handen zyn. Maar veel breedvoeriger heeft hy te werk gegaan, in zyne Analysis over het gebruik der Kegelsneeden; in het vinden der Meetkundige Plaatzen, tot oplossing der vergelykingen van de tweede, derde en hoogere magten. Welk Werkje, voor de laatste maal, in 1706

(*a*) Naamelyk de Euclides van COSTS, door LA BORDUS. Een kleine verhandeling over de Driehoeksmeeting, door den Heer PRAALDER: welke beide redelyk ouderwets zyn. En dan het doorwrogte Werkje van den Heer LULOFS, over de Wynroeykunde; dat eigentlyk meest tot de gemengde Wiskunde behoort.

1706, door den Autheur zelve, is uitgegeeven. Andere onzer Landsgenoten, welker verhandelingen over de Kegelſneeden nog beknopter zyn, en doorgaans maar deeze of geene byzondere eigenſchappen van dezelve beſchreeven hebben, gaan ik met ſtilzwygen verby. Dit kan ik evenwel niet doen van den beroemden FRANCISCUS VAN SCHOOTEN: wiens Mathematiſche Oeffeningen, in het midden der verleden Eeuw in onze Moedertaal uitgegeeven, nog voor handen zyn; en welke veele uitmuntende verhandelingen over allerlei Reeken- en Meetkundige onderwerpen, en ontbindingen van Meetkundige werkſtukken bevatten; en boven dien de beſchryving der vlakke Plaatzen van *Apollonius Pergæus*; die verloren geraakt waren, en door *van Schooten* wederom herſteld zyn: gelyk ook nog eene verhandeling over menigvuldige verſchillende wyzen, op welke, door eene regelmatige beweeging, al de Kegelſneeden werktuigelyk op een plat vlak beſchreeven kunnen worden: waar over nog niemand in zyn tyd geſchreeven had; en tot eene aanmerkelyke vermeerdering en verbeetering der weetenſchap van de Kegelſneeden verſtrekt heeft.

Wy kunnen nog, onder de Werken, die wy in onze taale over de Kegelſneeden hebben, reekenen, de overzettingen van WOLF en van MAUDUIT; dog die beide, myns bedunkens, om tot

een

een handleiding te verſtrekken, vooral voor eerstbeginnenden, gantsch geen ſterke aanpryzing verdienen. Eensdeels, om dat ze de eigenſchappen van alle drie de Kegelſneeden door elkander verhandelen; het welke by eerstbeginnenden zelden nalaat verwarring te veroorzaaken: en ten anderen, om dat ze alles alleen maar op de Analytiſche wyze hebben behandeld: welke handelwyze eerstbeginnenden meest al zeer moeijelyk valt: en het altyd van veel meer vrugt is, vooraf de hoofdeigenſchappen Synthetisch te bewyzen, en tot een grondſlag te leggen. Het is daarom dat dit Werkje van mynen zeer Beroemden Leermeester, den Hooggeleerden Heer YPEY, ongemeen wel geſchikt is, om voor eerstbeginnenden tot eene handleiding te kunnen verſtrekken. Het zelve beſtaat uit drie Hoofddeelen. Waar van het eerſte, in vyf Voorſtellen ſlegts, alle de voornaamſte Hoofdeigenſchappen van de Parabola, zo wel op derzelver Middellynen als op de As, bevat. Het tweede Hoofddeel bevat alle de Hoofdeigenſchappen van de Ellips, niet alleen die plaats hebben tusſchen de Abſcisſen en Ordinaten van de beide Asſen; maar ook tusſchen de Abſcisſen en Ordinaten van de elkander toegevoegde Middellynen: en daar benevens nog de overeenkomſten van de Abſcisſen der Asſen en Middellynen met derzelver verlengdens tot de Tangenten: welke op het bewys

wys van veele andere eigenſchappen, van de Hyperbola zo wel als van de Ellips, zeer grooten invloed hebben, en van een zeer nuttig gebruik zyn. Het derde Hoofddeel handelt alleen van de Hyperbola. Deeze kromme Lyn heeft, behalven haare Asſen en Middellynen, met derzelver Abſcisſen en Ordinaten, ook nog veele fraaije en zeer byzondere eigenſchappen op haare Aſymptoten, of altyd naderende misloopers: alle de Hoofdeigenſchappen daar van, gelyk mede van de Abſcisſen en Ordinaten der Asſen en Middellynen, zyn in de Voorſtellen van dit Derde Hoofddeel vervat.

Uit de korte ſchets, die ik van dit klein, maar zeer nuttig Werkje, gegeeven heb, ziet men; dat in hetzelve de eigenſchappen van elke ſneede des Kegels afzonderlyk verhandeld zyn. Waar door men buiten ſchoot is, om dezelve onder elkander te verwarren. Behalven het laatſte Voorſtel van elk Hoofddeel; waar in de Hooggeleerde Schryver heeft willen aantoonen, hoe men de Algebra op de Kegelſneeden kan toepasſen, om uit de beweezene eigenſchappen, op eene Analytiſche wyze, de overigen af te leiden; zyn alle de Voorſtellen op eene Synthetiſche wyze behandeld. En alleen op de Meetkundige Voorſtellen, die in myne Grondbeginzelen der Meetkunst beweezen zyn, berustende; zyn ze, naar den trant der zuivere Meetkunst, uit deeze Grondbeginzelen volledig

be-

beweezen. Ik vind my daarom verplicht den Leezer te onderrichten, dat de Propositiën, die in de Demonstratiën worden aangehaald, en behalven haar eigen getal, ook nog het getal van het Boek of B. by zig hebben, alle uit myne Grondbeginzelen der Meetkunst genomen zyn.

Dog het geene boven al dit Werkje moet aanpryzen, is de klaarheid en duidelykheid, waar mede alle de Propositien zyn voorgesteld: en de byzondere schryftrant, die in de schikking of plaatzing der deelen van de Demonstratiën, met de grootste naauwkeurigheid is in acht genomen; en ongemeen veel gemak in het naleezen en verstaan der Demonstratiën te wege brengt. Een schryftrant, die wel iet of wat van zommigen is in acht genomen, dog van niemand op verre na met zo veel netheid en naauwkeurigheid, als van mynen Hooggeleerden Leermeester. Naar wiens voorbeeld ik ook dien zelfden schryftrant, in myne Grondbeginzelen der Meetkunst niet alleen; maar ook daar zulks van dienst konde zyn, in myne Grondbeginzelen der Stuurmanskunst heb waargenomen.

Eer ik deeze Voorreeden eindige, moet ik den Leezer nog onderrichten; dat ik, op zeer vriendelyk verzoek van mynen beroemden Meester zelve, de eer heb onze Landgenooten de Uitgave van dit Werkje te bezorgen: aan welk verzoek ik met het grootste vermaak voldoen; om dat het

my

my altyd tot een byzonder genoegen verſtrekt, met dankbaarheid de verplichting, die ik, als een Rechtſchaapen Leerling, aan mynen allergeachtſten Leermeester verſchuldigd ben, te erkennen. Gelyk ik ook, op uitdrukkelyk verzoek van denzelven, hier byvoege: dat zyne Hooggeleerde in dit Werkje op veele plaatzen gebruik gemaakt heeft, van het Onderwys van Wylen den Heere WILLEM LORRE': eertyds Extraordinarius Profesſor der Wiskunde aan 's Lands Hooge School te Franeker. Een Man, aan wien, wegens zyne groote Kundigheden, en uitmuntende Deugden, de Hooggeleerde Heer YPEY belydt, nimmer dan met de grootſte eerbied te gedenken.

Voor het overige verzoek ik den Leezer, om de misſlagen, die misſchien hier en daar tegens de Taal mogten begaan zyn, goedgunſtiglyk over het hoofd te zien; alzo men daar op minder is bedagt geweest, dan wel op de duidelykheid der uitdrukkingen, en naauwkeurigheid in den ſchryftrant: die in Werken van dien aart als dit, veel meer tot gemak van de Leezers bybrengen, dan fraaiheid van taal en ſtyl.

GROND-



GRONDBEGINZELEN DER KEGELSNEEDEN.

EERSTE HOOFDDEEL. VAN DE *PARABOLA.*

I. DEFINITIE.

§ 1. Als een Conus of Kegel ABC, (*Tab.* I. *Fig.* I.) van een vlak EMF, evenwydig aan een der zyden, by voorbeeld AC, wordt doorgesneeden; dan wordt dit vlak, door de kromme lyn EKMHF omvat, een Parabola of Brandsneede genaamd: welkers hoofdeigenschap op de volgende wyze ontdekt wordt.

§ 2. De Conus ACB door een Cirkel IPGQ evenwydig aan de Basis of Grondzyde AEBF gesneeden zynde, die de kromme lyn ontmoet in de punten H en K; zo, dat de regte KLH de gemeene snee deezes Cirkels met de Parabola is; de regte EDF de doorsneed der Parabola met de Basis; en de regte DM die van de Parabola met den driehoek ABC, welke

 door

door het toppunt C van de Conus, door de As, en door de middellyn A B van de Basis gaande, regthoekig op de Basis staat; 2 *Def.* 10 *B.* en te gelyk de evenwydige I P G Q regthoekig, volgens deszelfs middellyn I G, snydt, 15 *Prop.* 9 *B.*: zullen de lynen M D, H K en E F zig in het zelfde vlak met de kromme E K M H F, die de omtrek der Parabola is, bevinden; weshalven K H evenwydig aan E F, en I G evenwydig met A B is, 15 *Prop.* 9 *B.*: en om dat het vlak E F H M K evenwydig aan A C is, *uit de onderstelling*; dat is, evenwydig aan het vlak, dat door de regte A C gaande, het vlak van de Basis in een regte lyn snydt, die de Tangens van de Basis in het punct A is, en gevolgelyk regte hoeken met de middellyn A B der Basis maakt; 9 *Prop.* 3 *B.*, is E F ook evenwydig met deeze Tangens: 15 *Prop.* 9 *B.*: en om gelyke reedenen K H evenwydig met de Tangens van het punct I van den Cirkel I K G H; gevolgelyk wordt E F van de middellyn A B regthoekig doorgesneeden; 12 *Prop.* 1 *B.*: terwyle om gelyke reedenen K H de middellyn I G regthoekig doorsnydt; weshalven E D = D F is, en K L = L H; 1 *Prop.* 3 *B.*, als mede de boog E B = de boog B F, en de boog K G = de boog H G. 17 *Prop.* 3 *B.* Voorts de ∠ A D E = ∠ E D B = ∟ zynde, *uit het beweezene*, staat E D perpendiculaar op de doorsneed der vlakken A E B F en A B C, die elkanderen regthoekig snyden; en daarom E D perpendiculaar op het vlak A B C, *Aanm. der* 12 *Def.* 9 *B.* en deszelfs evenwydige K L ook perpendiculaar op A B C, 8 *Prop.* 9 *B.*: derhalven zyn de hoeken M L K, M L H, M D E en M D F alle regte hoeken; zo dat M D al de Parallelen K H, E F enz. regt-

hoe-

hoekig midden door deelt, terwyle MD zelve evenwydig met AC is. *volgens de 15 Prop. 9 B.*

Voorts is ML, MD : : LG, DB. 4 *Prop. 6 Boek.*
en IL = AD. 23 *Prop. 1 B.*

derhalven ML, MD : : LG×IL, DB×AD. 10 *Pr. 5 B.*
dat is ML, MD : : LH*q*, DF*q*. 23 *Pr. 3 B.*

Het welke de eerste en voornaamste eigenschap van de Parabola is.

II. DEFINITIE.

§ 3. De lyn MD, die de Parabola in twee gelyke deelen deelt, wordt de *As* genaamd; M het Toppunt; dog de stukken van de As ML, MD noemt men de Abscisen; de regthoekige lynen EF, HK de Applicaten; de helften van dezelve, als ED, DF; KL, LH de halve Applicaten.

Dewyle nu ML, MD : : LH*q*, DF*q* is, *volgens het beweezene*, heeft men voor de Hoofdeigenschap der Parabola deeze overeenkomst.

Dat *de Abscissen van de As tot elkander zyn, als de Quadraaten van derzelver halve Applicaten.*

EERSTE PROPOSITIE.

§ 4. Om eene Parabola door puncten te beschryven.

OPLOSSING.

Trekt (*Tab.* 1. *Fig.* 2.) de beide onbepaalde regte lynen ML, LN; makende een regten hoek MLN met elkanderen; neemt in LN, naar goedvinden, LA = AF; en trekt, uit A, de regte AP evenwydig

aan LM; en voorts uit de puncten H en I, naar welgevallen in LM genomen, de lynen HZ en IX evenwydig aan LN; als mede uit F, de regte lynen HF en IF; welke AP ſnyden in G en K; dan uit deeze puncten G en K perpendiculaaren, op de laatstgemelde HF en IF, opgeregt hebbende, die HZ en IX ſnyden in B en C, zullen dit puncten van de Parabola zyn; welkers As de lyn AN is.

DEMONSTRATIE.

Trekt FB en FC; en laaten uit B en C, regthoekig op LN, getrokken worden de lynen BE, CD; dan is LA = AF *uit de Conſtr.* derhalven FG = HG en FK = KI 2 *Prop.* 6 *B.*; FB = HB en FC = IC 3 *Prop.* 1 *B.*: insgelyks AG = ½ LH = ½ AQ = GQ 4 *Prop.* 6 *B.*, AQ = BE 23 *Prop.* 1 *B.* en AK = ½ LI = ½ AR = KR 4 *Prop.* 6 *B.* gevolgelyk AT = BQ = AE. 3 *Prop.* 1 *B.*

Voorts is AGq = AF × AT 8 *Prop.* 6 *B.*

en 4 AGq = 4 AF × AE *uit het bewez. en Ax.* 7.

dat is BEq = 4 AF × AE 4 *Pr.* 2 *B.* ook blykt, dat CDq = 4 AF × AD is, op gelyke wyze.

bygev. is 4 AF × AD, 4 AF × AE : : CDq, BEq 20 *Def.* 5 *B.*

en AD, AE : : CDq, BEq 12 *Prop.* 5 *B.*

Derhalven B en C puncten van een Parabola, waar van AN de As; AE, AD Abſciſſen, en BE en CD halve Applicaten zyn, *volgens de 2de Definitie.*

Dat te Bewyzen was.

III. DE-

III. DEFINITIE.

§ 5. Het punct F wordt het Brandpunct genoemd; en 4 AF, dat is, viermaal de afstand van het Toppunct tot aan het Brandpunct, heeft den naam van Parameter; welke in het volgende doorgaans alleen maar door de letter P wordt aangeduid. Gevolgelyk heeft men, dewyle $BEq = AE \times 4AF$ is, *door de* 1ste *Prop*.

$$BEq = AE \times P$$

gelyk ook $CDq = AD \times P$

Dat is, het vierkant van een halve Applicate is altyd gelyk aan den regthoek van haar Abscisse en Parameter.

I. GEVOLG.

§ 6. Als uit een punct *h*, (*Tab.* I. *Fig.* 3.) naar welgevallen boven of beneden het punct H in de regte L M genomen, een perpendiculaar op L M getrokken wordt; die, de Parabola in *b* ontmoetende, de regte G B of derzelver verlengde snydt in S; en men dan de regte SF en SH trekt: is $SF = SH$ 3 *Prop.* 1 *B.*

$SH >$ dan hS 32 *Prop.* 1 *B.*

derhalven ook $SF >$ dan hS 2 *Ax.* 1 *B.* welke gelyk zouden moeten zyn, als S een punct van de Parabola was, *volgens het beweezene;* derhalven kan geen ander punct dan B, van de regte G B, aan de kromme komen; waar uit volgt, dat het punct S, in beide de gevallen, zo boven als beneden B, buiten de kromme is; en dus dat GB, of TB, nergens anders dan alleen in het punct B aan de Parabola komt, en daarom een Tangens van de Parabola is; raakende dezelve in het punct B. Het gedeelte ET der As, dat tusschen de

Tangens en halve Applicate van het punct B vervat is, heeft de naam van Subtangens: en dewyle A T = A E is, *uit de voorige Propositie*, heeft men dat de Subtangens T E het dubbelde van de Abscisse A E is.

II. G E V O L G.

§ 7. Om dat (*Tab.* 1. *Fig.* 2.) B G = G T is *door de* 2de *Propositie* 6 *B.* en F G regthoekig staat op T B, *volgens de Constructie*, zo is F B = F T. 3 *Prop.* 1 *B.*

III. G E V O L G.

§ 8. (*Tab.* 1. *Fig.* 3.) B Y regthoekig op B T getrokken hebbende, en T G = G B uit het voorgaande zynde, volgt, dat 2 T F = T Y is. 2 *Prop.* 6 *B.*
2 A T = E T. 1 *Gevolg*
derhalven 2 A F = E Y. 4 *Ax.* 1 *B.*

Dat is, de Subnormaal (E Y), van eenig punct (B) van een Parabola, is een standvastige grootheid; en altyd gelyk aan de halve Parameter P van de As.

IV. G E V O L G.

§ 9. De regte H B tot in Z, en G B tot in U verlengt zynde; is de ∠ H B G = ∠ G B F. 3 *Prop.* 1 *B.*
en de ∠ H B G = ∠ U B Z. 2 *Prop.* 1 *B.*
derhalven ∠ U B Z = ∠ G B F. 1 *Ax.* 1 *B.*

V. GE-

V. GEVOLG.

§ 10. Als (*Tab.* 1. *Fig.* 4.) FC de halve Ordinate van het Brandpunct F is, heeft men

$4AF \times AF = FCq$. 3[de] *Definitie.*

derh. $4AFq = FLq = FCq$. *door deConstr. der* 1[e], *en* 4 *Pr.* 2 *B.*

en $2AF = FL = FC = \frac{1}{2}$ P.

waar uit volgt, dat de halve Applicate, die uit het Brandpunct getrokken wordt, gelyk is aan de halve Parameter P.

IV. DEFINITIE.

§ 11. Een lyn BZ evenwydig aan de As AN, wordt een middellyn van het punct B genaamd.

II. PROPOSITIE.

§ 12. Indien (*Tab.* 1. *Fig.* 5.) een lyn HC, evenwydig aan de Tangens TB van het punct B; wordt getrokken; snydende de Parabola in V, en in C; zal de lyn CV, door de middellyn BZ, in twee gelyke deelen worden gedeeld. Dat is, VL = LC.

DEMONSTRATIE.

Laaten getrokken zyn de halve Applicaten CD, BE en VM, en laat het verlengde van deeze laatste de verlengde middellyn ZB ontmoeten in S; voorts uit het toppunt A, evenwydig aan de halve Applicaten, worden getrokken de lyn AQ.

dan is BEq, MVq :: AE, AM. *volgens* § 2.

AE, AM :: ▭AB, ▭AS. 1 *Pr.* 6 *B.*

derhalv. BEq, MVq :: ▭AB, ▭AS. 11 *Pr.* 5 *B.*

maar

maar BEq, MVq :: △ TBE, △ HMV. 14 *Pr.* 6 *B.* gevolgelyk △ TBE, △ HMV :: □ AB, □ AS. 11 *Pr.* 5 *B.*
en de △ TBE is = □ AB. § 6 en 29 *Pr.* 1 *B.*

derh. de △ HMV = □ AS. 20 *Def.* 5 *B.* op gel. wyze blykt, dat de △ HCD = □ AN is, en door aftrekking

heeft men △ HCD — △ HMV = □ AN — □ AS. 4 *Ax.* 1 *B.*
dat is, MVCD = □ MN. dan van beiden het stuk MVLND = MVLND wegneemende

zo is de △ VSL = △ LCN. 4 *Ax.* 1 *B.*

Edog deeze beide driehoeken regthoekig zynde, en ∠ SLV = ∠ CLN, 2 *Prop.* 1 *B.*; zullen dezelve ook gelykvormig zyn. 4 *Prop.* 6 *B.*
bygevolg △ VSL, △ LCN :: VLq, LCq. 14 *Pr.* 6 *B.*
maar de △ VSL = △ LCN. *uit het bewezene.*

derhalven VLq = LCq. 20 *Def.* 5 *B.*
en VL = LC.

Dat te Bewyzen was.

GEVOLG.

§ 13. △ GQB = △ AGT = TGKH + △ AKH. § 6. 9 *Ax.*
voorts GBLK = GBLK

bygevolg △ KLQ = □ HB + △ AKH. 3 *Ax.* 1 *B.*
maar QKSV = △ AKH. *uit 't bew.* 4 *Ax.*

is derhalv. SVL = □ HB. 4 *Ax.* 1. *B.*

V. DEFINITIE.

§ 14. De lynen CD, GF, (*Tab.* 1. *Fig.* 6.) die evenwydig aan de Tangens TU van het punct B, in de Parabola getrokken worden, noemt men Applicaten; en de stukken BK, BL worden Abscissen van de middellyn BZ genaamd.

III. PRO-

III. PROPOSITIE.

§ 15. De Abscissen van een middellyn zyn tot elkander als de Quadraaten van haare halve Applicaten.

Dat is, BK, BL :: KCq, LGq.

DEMONSTRATIE.

CI en GH regthoekig op de verlengde middellyn BZ getrokken zynde,

heeft men △ ICK, △ HGL :: CKq, GLq. 14 *Pr.* 6 *B.*
ofte ▭ BM, ▭ BN :: CKq, GLq. § 13.
maar ▭ BM, ▭ BN :: BK, BL. 1 *Pr.* 6 *B.* 1 *Gev.*
bygevolg BK, BL :: CKq, GLq. 11 *Pr.* 5 *B.*

Dat te Bewyzen was.

IV. PROPOSITIE.

§ 16. Indien BM, (*Tab.* 1. *Fig.* 7.) een Applicate is van de As AK, en BT Tangens van het punct B; voorts DL evenwydig aan de As wordt getrokken; zo is BLq = DF × P.

DEMONSTRATIE.

DF, AT :: BDq, BTq. § 15 en 23 *Pr.* 1 *B.*
maar BLq, BCq :: BDq, BTq. 4 *Pr.* 6 *B.* en 18 *Pr.* 5 *B.*
derh. DF, AT :: BLq BCq. 11 *Prop.* 5 *B.*
ofte DF, AC :: BLq, AC × P. § 5 en § 6.
derh. DF, 1 :: BLq, P. 12 *Prop.* 5 *B.*
en daarom BLq = DF × P. 6 *Prop.* 5 *B.*

Dat te Bewyzen was.

GEVOLG.

§ 17. $BLq, BCq :: DF, AT.$ *uit de voorige Prop.*
maar $BC, BL :: 2AC, DL.$ §. 6. en 4 *Prop.* 6 *B.*

derhalv. $BL, 2BC :: DF, DL.$ § 6. en 19 en 12 *Pr.* 5 *B.*

en $BL, BM-BL :: DF, DL-DF.$ 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte $BL, LM :: DF, FL.$

BYVOEGZEL.

§ 18. Indien (*Tab.* 1. *Fig.* 2.) $AE = x$, $BE = y$, zo is $px = y^2$: het welke de equatie op de Parabola van Apollonius is.

V. PROPOSITIE.

§ 19. Indien (*Tab.* 1. *Fig.* 8.) HN een Applicate is van de middellyn MZ, en ND de Tangens van het punct N; dan is $SM = MF$.

DEMONSTRATIE.

Trekt de halve Applicaten NQ, MP, HL; noemt $AP = AT = x$, $MF = OT = v$; $FG = IQ = IL = t$, dan is $OI = TP = 2x$; $OA = x - v$; $AQ = x + v + t = AD$; $DO = 2v + t$; $OQ = 2x + t$.

Maar $OIq, IFq :: OQq, QNq.$ 4 *Pr.* 6 *B.* en 18 *Pr.* 5 *B.*
ofte $4xx, px :: (2x+t)^2, p(x+v+t).$
derh. $4x, 1 :: (2x+t)^2, x+v+t.$ 12 *Pr.* 5 *B.*
ofte $4xx + 4tx + tt = 4xx + 4tx + 4vx.$ 6 *Pr.* 5 *B.*
derhalven $tt = 4vx = FGq.$
En $FG = t = 2\sqrt{vx}.$

En $OIq, IFq :: OQq, QNq :: FGq, GNq.$
ofte $4xx, px :: 4vx, GNq = pv.$

Voorts

Voorts $NFq = FGq + GNq$. 32 *Prop.* 1 *B.*
ofte $NFq = 4yx + py = (4x + p)\,y$. Waar uit volgt, dat de Parameter op een middellyn gelyk is aan $4x + p$.

Eindelyk is $OQ, DO :: FG, SF$. 4 *Pr.* 6 *B.* en 11 *Pr.* 5 *B.*

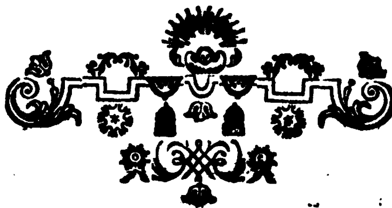
$$2x + t,\ 2y + t :: 2\sqrt{yx},\ SF.$$

of $2x + 2\sqrt{yx},\ 2y + 2\sqrt{yx} :: 2\sqrt{yx},\ SF$

$$x + \sqrt{yx},\ y + \sqrt{yx} :: 2\sqrt{yx},\ SF.$$

Derh. $SF = \frac{2(yx + y\sqrt{yx})}{x + \sqrt{yx}} = 2y = 2MF.$

Dat te bewyzen was.





TWEEDE HOOFDDEEL.

VAN DE

ELLIPS.

I. DEFINITIE.

§ 20. Als een draad FGE, (*Tab.* 2. *Fig.* 1.) welker beide einden F en E vastgemaakt zyn in de punčten F en E, maar langer dan de afstand deezer beide punčten FE zynde, door eenig ander punčt G gespannen rondom de voorzeide punčten F en E wordt rond bewogen; zal het punčt G, dat de draad spant, een kromme lyn AGDBI beschryven, welke een Ellips genoemd wordt.

II. DEFINITIE.

§ 21. De vaste punčten F en E worden de Brandpunčten, ook wel Navelpunčten genoemd: de regte AB, welke, door beiden loopende, zig ter wederzyden in de kromme bepaald, noemt men de groote As: het punčt C, het midden van AB zynde, is het middelpunčt: en de regte DI, welke, door C regthoekig door de groote As AB gaande, ter wederzyden aan de kromme komt, heeft de naam van kleine As.

GEVOLG.

§. 22. Dewyl de draad van dezelfde lengte, en onder de beweeging gespannen blyft; moet de som der beide lynen, welke uit de Brandpunčten tot het zelfde punčt

punct van den omtrek worden getrokken, overal dezelfde zyn; zodanig dat $FG+GE=FD+DE=EA+AF=FB+BE$ is.

I. PROPOSITIE.

§ 23. De lengte van den draad FGE is gelyk aan de groote As AB; en de regte lynen FD, DE zyn gelyk aan malkanderen.

DEMONSTRATIE.

$AF+EA=BF+BE$. § 22.
en $EF=EF$.

derhalven $AF+AF=BE+BE$. 4 *Ax.*
ofte $AF=BE$. 8 *Ax.*
maar $FG+GE=AF+AE$. § 22.
en $BE=AF$. *uit het beweezene.*

derhalven $FG+GE=BE+AE$. 1 *Ax.*
ofte $FG+GE=AB$. 9 *Ax.*

Ten tweeden, $AC=CB$. § 21.
$AF=BE$. *uit het beweezene.*

derhalven $FC=CE$. 4 *Ax.*
maar $CD=CD$.
$\angle FCD = L = \angle ECD$. § 21.

derhalven $FD=DE$. 3 *Prop.* 1 *Boek.*
Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 24. Overmits $FD+DE=AB$.
en $DE=FD$. } *uit het beweezene.*

zo volgt dat $2FD=2DE=AB$ is. 1 *Ax.*
en daarom $FD=DE=AC=CB$.

II. PROPOSITIE.

§ 25. De regthoeken der deelen, in welke de groote As door elk der Brandpuncten gedeeld wordt, zyn gelyk aan het Quadraat van de halve kleine As.

Dat is, $AF \times FB = DCq = AE \times EB$.

DEMONSTRATIE.

$AF \times FB + FCq = ACq$. 5 *Prop.* 2 *Boek;* en door § 24 en 32 *Prop.* 1 *B.* is $ACq = FDq = FCq + CDq$.

derhalven $AF \times FB + FCq = FCq + CDq$. 1 *Ax.*

ofte $AF \times FB = CDq$. 4 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

III. PROPOSITIE.

§. 26. Indien (*Tab.* 2. *Fig.* 2.) met de Radius EG, uit het middelpunt G, een Cirkel wordt beschreeven; die de verlengde FG snydt in M, maar de groote As in Z; en als daar na $FT = TM$ gemaakt wordt, en GP regthoekig op AB; dan is

$$AC \times TG = EC \times CP.$$

DEMONSTRATIE.

Ten eersten is $FT = TM$. *door de Constructie.*

$TM = TG + GM$. 9 *Ax.*

derhalven $FT = TG + GM$. 1 *Ax.*

maar $TR + TG = GR = GM$. 9 *Ax.* en 10 *Def.* 1 *B.*

derhalven $FT = TG + TR + TG$. 1 *Ax.*

en $RT = TR$.

derhalven $FR = 2TG$. 4 *Ax.*

Ten 2den, $FZ+ZE=2EC=2CP+2PE$. § 23 en 7. *Pr.* 9 *Ax.*
maar $ZE= \qquad 2PE$. 1 *Prop.* 3 *Boek.*

derhalven $FZ=2CP$. 4 *Ax.*

Ten 3den, $MF\times FR=EF\times FZ$. 24 *Prop.* 3 *Boek.*
ofte $AB\times 2TG=EF\times 2CP$. § 23. *en Constr.*
ofte $2AC\times 2TG=2EC\times 2CP$. § 21.

derhalven $AC\times TG=EC\times CP$. 8 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

III. DEFINITIE.

§ 27. Een regte lyn GP, regthoekig op de As AB getrokken, wordt eene halve Applicate of halve Ordinate genoemd.

IV. PROPOSITIE.

§ 28. Ieder regthoek der deelen op de groote As, is tot het Quadraat van haare halve Applicate, als het Quadraat van de halve groote As, tot het Quadraat van de halve kleine As: Dat is (*Tab.* 2. *Fig.* 3.) $AP\times PB$, $PGq :: ACq$, CDq.

DEMONSTRATIE.

$AC\times TG=EC\times CP$. § 26.
derhalven $AC, EC :: CP, TG$. 8 *Prop.* 5 *B.*
en daarom $AC, AC+EC :: CP, CP+TG$. 13 *Prop.* 5 *B.*
$AC, AC-CP :: AC+EC, AC+EC-CP-TG$. 15 *Pr.* 5 *B.*
ofte $AC, PB :: AE, TM-TG+EC-CP$. § 24. *en Constr.*
ofte $AC, PB :: AE, GM+PE$. 9 *Ax.*

Bygevolg zo uit E als middelpunt, met de Radius PE, een Cirkel wordt beschreeven, die de verleng-

de

de GE snydt in I; dan is GM+EP=GE+EI=GI. 10 *Def.* 1 *B.*

en daarom AC, BP :: AE, GI. *uit het beweezene.*

maar AC, EC :: CP, TG. *is beweezen.*

daarom ook AC, AC−EC :: CP, CP−TG. 14 *Pr.* 5 *B.*

insgelyks AC, AC+CP :: AC−CE, AC−CE+CP−TG. 15 *Prop.* 5 *B.*

AC, AP :: BE, TM−TG−EC+CP. § 24. *en Constr.*

derhalven AC, AP :: BE, GM−PE.

ofte AC, AP :: BE, GH. 10 *Def.* 1 *Boek.*

en AC, PB :: AE, GI. *uit het beweezene.*

derh. ACq, AP×PB :: AE×EB, IG×GH. 17 *Pr.* 5 *B.*

ofte ACq, AP×PB :: CDq, PGq. § 25. *en* 24 *Pr.* 3 *B.*

ofte AP×PB, PGq :: ACq, CDq. 8 *Prop.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

I. G E V O L G.

§ 29. Indien een andere halve Applicate SL op de As AB wordt getrokken, heeft men op gelyke wyze

AL×LB, LSq :: ACq, CDq.

en AP×PB, PGq :: ACq, CDq. *beweezen.*

derh. AL×LB, AP×PB :: LSq, PGq. 11 *Pr.* 5 *B.*

II. G E V O L G.

§ 30. Indien, op de kleine As DQ, een halve Applicate GN wordt getrokken; zal men hebben, dat de regthoek der deelen van deeze As, tot het vierkant der halve Ordinate is, als het vierkant der halve kleine As, tot het vierkant der halve groote As.

Dat is DN×NQ, NGq :: CDq, CBq.

Want

Want $AP \times PB$, ACq :: PGq, DCq. § 28.
derh. $ACq - AP \times PB$, ACq::$DCq - PGq$, DCq. 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte NGq, ACq::$DN \times NQ$, DCq. 5 *Pr.* 2 *B.*
dat is, $DN \times NQ$, NGq::DCq, BCq. § 21. en 8 *Pr.* 5 *B.*

IV. DEFINITIE.

§ 31. Een lyn, die de derde evenreedige is, aan de groote en kleine Asſen, noemt men de Parameter van de groote As.

GEVOLG.

§ 32. Als men P voor de Parameter ſtelt, gelyk in het volgende doorgaans gedaan zal worden; AB de groote As, en DQ de kleine zynde; zal men hebben

dat AB, DQ :: DQ, P is. § 31.

gevolgelyk altyd $AB \times P = DQq$. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

en dus $P = \frac{DQq}{AB.}$

V. PROPOSITIE.

§ 33. Om de Parameter van een gegeeven Ellips te vinden.

OPLOSSING.

Laat, uit het einde der groote As B, (*Tab.* 2. *Fig.* 4.) eene onbepaalde regte lyn, regthoekig op AB, worden getrokken; trekt dan uit A door D, een der uiteinden van de kleine As, een regte lyn, die de voorgaande ſnydt in M; en trekt eindelyk, uit dit punct M, regthoekig op AM, eene regte lyn, die de verlengde AB ontmoet in N; dan zal BN de begeerde Parameter zyn, dat is

AB, DQ :: DQ, BN.

DEMONSTRATIE.

AB, BM :: BM, BN. 8 *Prop.* 6 *Boek.*

ofte AB, DQ :: DQ, BN. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

derhalven is BN = P de Parameter. § 31.

Dat te Bewyzen was.

VI. PROPOSITIE.

§ 34. In alle Ellipsen zyn de regthoeken der deelen op de groote As, tot de Quadraaten van hunne halve Applicaten, als de groote As, tot de Parameter. Zo is (*Tab.* 2. *Fig.* 3.) AP × PB, PG*q* :: AB, de Parameter ofte P.

DEMONSTRATIE.

AP × PB, PG*q* :: AC*q*, CD*q*. § 28.

en AP × PB, PG*q* :: 4AC*q*, 4CD*q*. 10 *Pr.* 5 *B.*

ofte AP × PB, PG*q* :: AB*q*, DQ*q*. 4 *Pr.* 2 *B.*

maar AB × P = DQ*q*. § 31.

derh. AP × PB, PG*q* :: AB*q*, AB × P.

en bygevolg AP × PB, PG*q* :: AB, P. 19 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 35. De Parameter, van eene Ellips, is gelyk de Applicate WV, (*Tab.* 2. *Fig.* 4.) die door een der Brandpunčten F wordt getrokken.

Want AC*q*, CD*q* :: AF × FB, FV*q*. § 28.

maar CD*q* = AF × FB. § 25.

derhalven AC*q*, CD*q* :: CD*q*, FV*q*.

daarom AC, CD :: CD, FV. 18 *Pr.* 5 *B.*

ofte 2AC, 2CD :: 2CD, 2FV. 10 *Pr.* 5 *B.*

dat is AB, DQ :: DQ, WV = P. § 31.

VII. PRO-

VII. PROPOSITIE.

§ 36. Om de Tangens van een gegeeven punct G in een gegeeven Ellips A G B (*Tab.* 2. *Fig.* 5.) te vinden.

OPLOSSING.

Trekt uit de Brandpuncten F en E, tot het gegeeven punct G, de regte lynen E G en F G; verlengt de grootste E G, en neemt in dezelve G M = G F; trekt F M, en uit G, door haar midden N, een lyn, die de verlengde As B A ontmoet in T; dan zal deeze T G Tangens zyn van het punct G.

DEMONSTRATIE.

Indien G T geen Tangens is van het punct G, moet beweezen worden, dat dezelve, verlengd zynde, de Ellips in eenig punct boven of beneden G wederom komt te snyden; stelt zulks in S boven G te zyn, en trekt M S, E S en F S; dan moeste, als S in den omtrek van de Ellips was,

F S + E S = E M zyn. § 23. en *Constructie.*
maar F S = M S. 3 *Prop.* 1 *Boek.*

derh. zoude M S + E S = E M. moeten zyn *Ax.* 1. het welke onmoogelyk is, door de 15 *Prop.* 1 *Boek.* Bygevolg is S buiten de Ellips. En op gelyke wyze wordt beweezen, dat T G de Ellips ook niet beneden het punct G kan snyden; derhalven zal T G alleen maar in het punct G aan de Ellips kunnen komen, en bygevolg dezelve raaken.

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 37. ∠MGN = ∠NGF. 3 *Prop.* 1 *Boek.*
en ∠MGN = ∠EGS. 2 *Prop.* 1 *Boek.*

derhalven ∠EGS = ∠NGF. 1 *Ax.*

VIII. PROPOSITIE.

§ 38. Indien GT (*Tab.* 2. *Fig.* 6.) Tangens van het punct G is, en GP de halve Applicate; zal de halve groote As AC midden evenredig zyn, tusschen de afstanden der Tangens, en halve Ordinate, van het middelpunt.

Of AC, CT :: CP, AC.

DEMONSTRATIE.

Verlengt EG, en maakt GM = GF, MH = HE; en beschryft uit G, als middelpunt, met de Radius MG, een halfrond MFQI; en trekt FI, die evenwydig zal zyn aan GT. 12 *Prop.* 1 *Boek.*

Want de ∠GIF = ∠NGM. 10 en 1 *Prop.* 3 *B.*
daarom GI, IE :: TF, FE. 2 *Prop.* 6 *Boek.*
ofte GM, 2GH :: TF, 2FC. § 26.
ofte GM, GH :: TF, FC. 12 *Prop.* 5 *Boek.*
en GM + GH, TF + FC :: GH, FC. 13 *Pr.* 5 *B.*
ofte AC, TC :: GH, FC. § 24 en 26.
maar CP, AC :: GH, FC. § 26.

derhalven AC, TC :: CP, AC. 11 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

I. G E V O L G.

§ 39. Dewyle AC, TC :: CP, AC *beweezen*, is door omkeering TC, AC :: AC, CP. 8. *Prop.* 5 *Boek.*
en gevolgelyk ook TC × CP = AC*q*. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

II. GE-

II. GEVOLG.

§ 40. Indien CS evenwydig aan TG wordt getrokken, zal men GS = AC hebben.

Want IE = 2 IS. 2 *Prop.* 6 *Boek.*
MI = 2 GI. 11 *Def.* 1 *Boek.*

derhalven EM = 2 GS. 3 *Ax.*
ofte AB = 2 GS. § 23.
en AC = GS. § 21. en 8 *Ax.*

IX. PROPOSITIE.

§ 41. Ieder Applicate (*Tab.* 2. *Fig.* 7.) GQ, wordt, door de As AB, in twee gelyke deelen GP, PQ gedeeld.

DEMONSTRATIE.

AP×PB, PG*q* :: AB, P.
AP×PB, PQ*q* :: AB, P. } § 34.

derhalven PG*q* = PQ*q*. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
en PG = PQ.

Dat te Bewyzen was.

X. PROPOSITIE.

§ 42. Alle halve Applicaten, die even verre van het Middelpunt staan, zyn gelyk. Dat is,

Indien CP = CL is,
dan is PG = LR.

DEMONSTRATIE.

AP×PB, AL×LB :: PG*q*, LR*q*. § 29.
maar AP×PB = AL×LB. *uit de onderstelling en* § 21.

derhalven PG*q* = LR*q*. 20 *Def.* 5 *Boek.*
ofte PG = LR.

Dat te Bewyzen was.

V. DEFINITIE.

§ 43. Alle lynen, als GN, (*Tab.* 2. *Fig.* 8.) die door het Middelpunt C loopen, en in den omtrek der Ellips bepaalt worden, hebben den naam van Middellynen.

XI. PROPOSITIE.

§ 44. Alle Middellynen worden in het Middelpunt in twee gelyke deelen gedeelt. Dat is $GC = CN$.

DEMONSTRATIE.

De beide halve Applicaten GP, NL getrokken zynde, is $AP \times PB, AL \times LB :: PGq, NLq$. § 29.

maar $PCq, \quad CLq \quad :: PGq, NLq$. 14 *Pr.* 6 *B.*

derhalv. $AP \times PB, AL \times LB :: PCq, CLq$. 11 *Pr.* 5 *B.*

en $AP \times PB + PCq, AL \times LB + CLq :: PCq, CLq$. 15 *Pr.* 5 *B.*

ofte $ACq, \quad CBq \quad :: PCq, CLq$. 5 *Pr.* 2 *B.*

maar $ACq = CBq$. § 21.

derhalven $PCq = CLq$. 20 *Def.* 5 *Boek.*

en $PC = CL$.

bygevolg $CG = CN$. 21 *Prop.* 1 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

XII. PROPOSITIE.

§ 45. Indien TG (*Tab.* 2. *Fig.* 9.) Tangens is van het punct G, en GP een halve Applicate, dan is $TP \times PC = AP \times PB$.

DE-

DEMONSTRATIE.

$ACq = AP \times PB + PCq$. 5 *Prop.* 2 *Boek.*

en $ACq = TC \times CP$. § 39.

derhalven $TC \times CP = AP \times PB + PCq$. 1 *Ax.*

en $TC \times CP = TP \times PC + PCq$. 3 *Pr.* 2 *B.*

derhalven $TP \times PC + PCq = AP \times PB + PCq$. 1 *Ax.*

bygevolg $TP \times PC = AP \times PB$. 4 *Ax.*

Dat te Bewyzen was.

XIII. PROPOSITIE.

§ 46. Indien uit het punct A een lyn regthoekig op AB wordt getrokken, die de verlengde CG snydt in L, zo is de $\triangle ALC = \triangle TGC$.

DEMONSTRATIE.

$CP, PG :: CA, AL$. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

ook $CP, PG :: CAq, CA \times AL$. 10 *Pr.* 5 *B.*

ofte $CP, PG :: TC \times CP, CA \times AL$. § 39.

ofte $1, PG :: TC, CA \times AL$. 12 *Pr.* 5 *B.*

derhalven $PG \times TC = CA \times AL$. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

en daarom $\triangle TGC = \triangle ALC$. 34 en 36 *Pr.* 1 *B.*

Dat te bewyzen was.

I. G E *V* O L G.

§ 47. De $\triangle ALC = \triangle TGC$ *beweezen.*

$AMGC = AMGC$.

derhalven $\triangle LMG = \triangle TAM$. 4 *Ax.*

II. G E *V* O L G.

§ 48. $\triangle LMG = \triangle TAM$. 1 *Gevolg.*

$AMGP = AMGP$.

derhalven $ALGP = \triangle TGP$. 3 en 9 *Ax.*

XIV. PRO-

XIV. PROPOSITIE.

§ 49. Indien HN evenwydig aan de Tangens TG is, en door het punct F, in welke zy de Ellips snydt, getrokken wordt IK, evenwydig aan AL; dan is het Trapezium ALKI = △HFI.

DEMONSTRATIE.

△ALC, △KIC :: AC*q*, IC*q*. 14 *Pr.* 6 *B.*
daar. △ALC—△KIC, AC*q* IC*q* :: △ALC, AC*q*. 14 *Pr.* 5 *B.*
dus ook △ALC—△PGC, AC*q* CP*q* :: △ALC, AC*q*.

derh. △ALC - △KIC, △ALC—△PGC :: AC*q*—IC*q*, AC*q*.
—CP*q*. 11 *Pr.* 5 *B.*
ofte ALKI, ALGP :: AI×IB, AP×PB. 5 *Pr.* 2 *B.*
△HFI, △TGP :: IF*q*, PG*q* :: AI×IB, AP×PB. 14. 6 *B.* en § 29.

bygev. ALKI, ALGP :: △HFI, △TGP. 11 *Pr.* 5 *B.*
daar en boven ALGP = △TGP. § 48.

derhalven ALKI = △HFI. 20 *Def.* 5 *Boek.*
Dat te Bewyzen was.

GEVOLG.

§ 50. De △ALC = △TGC. 13 *Prop.* § 46.
IFNC = IFNC.

derh. ALKI + △KFN = TGNH + △HFI. 4 *Ax.*
en ALKI = △HFI. *beweezen.*

derhalven △KFN = TGNH. 4 *Ax.*

XV. PROPOSITIE.

§ 51. Indien uit het einde van de kleine *As* D (*Tab.* 2. *Fig.* 10.) een lyn DE, evenwydig aan de Tangens TG, wordt getrokken; dan is de △TGC = △EDC = △ACF.

D E-

DEMONSTRATIE.

AP×PB, ACq :: PGq, CDq. 4 *Prop.* § 28.

of TP×PC, ACq :: PGq, CDq. 12 *Prop.* § 45.

en de △ TPG, △ ECD :: PGq, CDq. 14 *Pr.* 6 *B.*

derh. TP×PC, ACq :: △ TPG, △ ECD. 11. *Pr.* 5 *B.*

en TP×PC, TC×CP :: ½ TP×PG, △ ECD. § 39 en 34. 1 *B.*

daarom TP, TC :: ½ TP×PG, △ ECD. 12 *Pr.* 5 *B.*

bygev. de △ ECD = ½ PG×TC = △ TGC = △ ACF. § 46.
36. 1 *B.* en 6 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 52. Van den △ TGC = △ EDC. *beweezen.*
trekt △ EIC = △ EIC.
blyft TGIE = △ IDC. *Ax.* 4.

VI. DEFINITIE.

§ 53. Een lyn NS, (*Tab.* 3. *Fig.* 11.) evenwydig aan den Tangens TG, wordt een Applicate van de middellyn GY genaamd.

XVI. PROPOSITIE.

§ 54. Ieder Applicate NS wordt, door de Middellyn GY, in twee gelyke deelen NR, RS gedeelt.

DEMONSTRATIE.

AV×VB, ACq :: VSq, CDq. § 28.

en de △ SVQ, △ DEC :: VSq, CDq. 14 *Pr.* 6 *B.*

derh. AV×VB, ACq :: △ SVQ, △ DEC. 11 *Pr.* 5 *B.*

 en

en $ACq - AV \times VB, ACq :: \triangle EDC - \triangle VSQ, \triangle DEC$. 14 *Prop.* 5 *Boek.*

ofte $CVq, ACq :: \triangle EDC - \triangle VSQ, \triangle DEC$. 5 *Pr.* 2 *B.*

maar $CVq, ACq :: \triangle WVC, \triangle AFC$. 14 *Pr.* 6 *B.*

bygev. $\triangle WVC, \triangle AFC :: \triangle EDC - \triangle VSQ, \triangle DEC$ 11 *Prop.* 5 *Boek.*

maar $\triangle AFC = \triangle DEC$. § 51.

derh. $\triangle WVC = \triangle EDC - \triangle VSQ$. 20 *Def.* 5 *B.*

ofte $\triangle WVC + \triangle VSQ = \triangle AFC$. § 51. en *Ax.* 3.

en $AFLO + \triangle LOC = \triangle AFC$. *Ax.* 9.

derh. $\triangle WVC + \triangle VSQ = AFLO + \triangle LOC$. *Ax.* 1.

edog $\triangle ONQ = \triangle ZOM = AFLO$. § 41. § 49. en 21 *Pr.* 1 *B.*

bygev. $\triangle WVC + \triangle VSQ = \triangle ONQ + \triangle LOC$. 1 *Ax.*

trekt vervolgens $\triangle QRC = \triangle QRC$ af

blyft $\triangle WRS = \triangle RLN$. *Ax.* 4 en 9.

en deeze driehoeken zyn gelykformig. 2 en 12 *Pr.* 1 *B.*

derhalven $RS = RN$. *Gevolg der* 14. 6 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 55. Indien uit het punct A (*Tab.* 3. *Fig.* 12.), van de groote As AB, een Applicate AS van de middellyn GD wordt getrokken; en uit het andere einde der groote As B, de regte BS; zal deeze laatste evenwydig aan de voornoemde middellyn GD zyn.

Want $AR = RS$.

maar $AC = CB$. 2 *Def.* § 21.

derh. BS evenwydig aan DG. 2 *Prop.* 6 *Boek.*

VII. DE-

VII. DEFINITIE.

§ 56. Als MN en GD beide Middellynen zyn, en de eerste evenwydig is aan de Tangens GT, dan worden deeze beide, elkander toegevoegde Middellynen (*Diametri Conjugatae*) genaamd.

XVII. PROPOSITIE.

§ 57. In alle Ellipsen zyn de regthoeken, der Abscisfen van de Middellynen tot malkanderen, als de Quadraaten van hunne halve Applicaten.

Zo is (*Tab.* 3. *Fig.* 13.) EN×NQ, NGq :: ECq, CSq.

DEMONSTRATIE.

△DEC, △HNC :: ECq, NCq. 14 *Pr.* 6 *B.*

△DEC—△HNC, △DEC :: ECqN—Cq, ECq. 14 *Pr.* 5 *B.*

ofte DENH, △DEC :: EN × NQ, ECq. 5 *Pr.* 2 *B.*

maar △DEC=△BLC=BLIX+△IXC. 9 *Ax.* en § 51.

en XSC=△ZVX=BLIX. § 41, 49 en 21 *Pr.* 1 *B.*

derh. DENH, △XSC+△IXC :: EN×NQ, ECq.

ofte △MGN, △ISC :: EN×NQ, ECq. § 50. en *Ax.* 9.

eind. △MGN, △ISC :: GNq, SCq. 14 *Pr.* 6 *B.*

bygevolg EN×NQ, GNq :: ECq, SCq. 11 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

XVIII. PROPOSITIE.

§ 58. Indien ED (*Tab* 3. *Fig.* 14.) Tangens van het punct E is, en EG, SR elkander toegevoegde Middellynen (*Diametri Conjugatae*) zyn, en SK, EF halve Applicaten van de As AB.

Zal CKq=DF×FC zyn.

DEMONSTRATIE.

AK×KB, AF×FB :: KS*q*, FE*q*. § 29.
en KC*q*, DF*q* :: KS*q*, FE*q*. 18 *Pr.* 5 *B.*

derh. AK×KB, AF×FB :: KC*q*, DF*q*. 11 *Pr.* 5 *B.*
en AK×KB+KC*q*, KC*q* :: AF×FB+DF*q*, DF*q*. 15 *Pr.* 5 *B.*
ofte AC*q*, KC*q* :: CD×DF, DF*q*. 5 en 3 *Pr.* 2 *B.* en § 45.
en AC*q*, KC*q* :: CD, DF. 12 *Prop.* 5 *Boek.*
ook AC*q*, KC*q* :: CD×FC, DF×FC. 10 *Pr.* 5 *B.*
maar AC*q* = CD×FC. § 39.

derhalven KC*q* = DF×FC. 20 *Def.* 5 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

XIX. PROPOSITIE.

§ 59. Indien ST evenwydig wordt getrokken aan GE, dan is dezelve Tangens van het punct S; ofte AC*q* = TC×CK.

DEMONSTRATIE.

DC, CT :: EF, SK :: DF, CK. 4 *Pr.* 6 *B.*
daarom DC, CT :: DF, CK. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
ofte DC, CT×CK :: DF, CK*q*. 10 *Prop.* 5 *Boek.*
DF×FC = CK*q*. § 58.

derh. DC, CT×CK :: DF, DF×FC.
en DC, CT×CK :: 1, FC. 12 *Prop.* 5 *Boek.*
bygevolg DC×CF = CT×CK. 6 *Prop.* 5 *Boek.*
maar DC×CF = AC*q*. § 39.

diensvolgens AC*q* = CT×CK. 1 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

XX. PRO-

XX. PROPOSITIE.

§ 60. Indien AE en GF (*Tab.* 3. *Fig.* 15.), elkander snydende in H, Tangenten zyn van de punćten A en G; en dan getrokken wordt de regte AG, als mede uit H, door het Middelpunćt C, de regte HS, snydende de Ellips in T en in S; zo zal AG een Applicate van de Middellyn TS zyn.

DEMONSTRATIE.

Getrokken hebbende FE, zo is deeze evenwydig aan AG; want de △ AFH = △ EHG. § 47. derhalven de beide Lynen FE en AG evenwydig aan malkanderen, door de 26 *Prop.* 1 *Boek.*

Voorts is AF, AC :: EG, GC. 2 *Prop.* 6 *B.* daarom
△AFH, △AHC :: △EHG, △HGC. 1 *Pr.* 6 *B.* en 11 *Pr.* 5 *B.*
maar △ AFH = △ EHG. § 47.

derhalven △AHC = △HGC. 20 *Def.* 5 *Boek.*
en AI = IG. 1 *Prop.* 6 *B.* en 11 en 15 *Pr.* 5 *B.*
en daarom AG een Applicate van TS. *Prop.* 16. § 54.

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 61. Indien tusschen deeze Tangenten andere regte Lynen, als PK en QL, evenwydig aan AG, worden getrokken; waar van de eerste de Ellips snydt in O en N, en de andere in R en M.

dan is PO = NK, en QR = ML.
Want PV = VK en QW = WL. 4 *Pr.* 6 *B.* en 11 *Pr.* 5 *B.*
maar OV = VN en RW = WM. *Prop.* 16. § 54.

derhalven PO = NK, en QR = LM. *Ax.* 4.

XXI. PROPOSITIE.

§ 62. De Parallelogrammen op de halve Asfen, en elkander toegevoegde Middellynen (*Diametri Conjugatae*) befchreeven; zyn gelyk aan malkanderen.

Laat BDSC (*Tab.* 3. *Fig.* 16.) een regthoekig Parallelogram zyn, op de halve Asfen BC, CS befchreeven; GR Tangens van een gegeeven punct M; en hier aan evenwydig zyn getrokken CI, welke verlengd zynde, de Tangenten van O en S ontmoet in P en H; eindelyk door I getrokken de lyn TF, evenwydig aan CM; welke de Tangens zal zyn van het punct I; *volgens Prop.* 19, en dus ITMC een Parallelogram op de halve elkander toegevoegde Middellynen MC, CI befchreeven; dan moet beweezen worden, dat het ▭ ICMT = ▭ BCSD is.

DEMONSTRATIE.

△KEC = △EGC. 23 *Prop.* 1 *Boek.*
△BEC = △EMC. 20 *Prop.* § 60.
derh. △BKC = △MGC. *Ax.* 4.
voorts △GMC, △CIF :: GC*q*, CF*q*. 14 *Pr.* 6 *B.*
ofte △BKC, △COP :: GC*q*, CF*q*. § 46. *en bew.*
maar △BKC, △COP :: CK*q*, CP*q*. 14 *Pr.* 6 *B.*
bygev. CK*q*, CP*q* :: GC*q*, CF*q*. 11 *Pr.* 5 *B.*
ofte CK, CH :: GC, CF. 18 *Pr.* 5 *B.* en § 61.
en HK, CH :: GF, CF. 13 *Prop.* 5 *Boek.*
ofte HK*q*, CH*q* :: GF*q*, CF*q*. 18 *Pr.* 5 *B.* derh.
△DHK, △CHS :: △TGF, △CIF. 14 *Pr.* 6 *B.* 11 *Pr.* 5 *B.*
maar △CHS = △COP = △CIF. 13 *Prop.* § 46.
diensvolgens △DHK = △TGF. 20 *Def.* 5 *Boek.*
en △BKC + △SCH = △ICF + △MGC. *'t beweez. en* § 46.
derhalven ▭ BDSC = ▭ ICMT. 4 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

XXII. PRO-

XXII. PROPOSITIE.

§ 63. Indien AD (*Tab.* 3. *Fig.* 17.) de Ellips raakt in D; en PE, NK evenwydig zyn aan de Tangens BF, ofte regthoekig zyn getrokken door de groote As BR; dan zal men hebben

DH*q*, DO*q* : : PH×HI, NO×OS.

DEMONSTRATIE.

LI en QS, evenwydig aan den Tangens AD, getrokken zynde; zo is de

△AHG, △LIG : : HG*q*, IG*q*. 14 *Pr.* 6 *B.*
△AHG—△LIG, △AHG : : HG*q*—IG*q*, HG*q*. 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte AHIL, △AHG : : PH×HI, HG*q*. 6 *Pr.* 2 *B.*
ofte △EHD, PH×HI : : △AHG, HG*q*. § 50. en 8 *Pr.* 5 *B.*
en de △KOD, NO×OS : : △AHG, HG*q*. *door dezelfde Prop.*

is de △EHD, △KOD : : PH×HI, NO×OS. 11 *Pr.* 5 *B.*
maar △EHD, △KOD : : HD*q*, DO*q*. 14 *Prop.* 6 *Boek.*

derh. HD*q*, DO*q* : : PH×HI, NO×OS. 11 *Pr.* 5 *B.*
Dat te bewyzen was.

XXIII. PROPOSITIE.

§ 64. Indien RT, TG (*Tab.* 4. *Fig.* 18.) twee Tangenten zyn, van het punct der As R, en van een ander punct G; en uit het punct T, door het Middelpunt C, getrokken is de Middellyn AQ; welke gesneeden wordt, door de lyn GR, in P; zo is

TC×CP=AC*q*.

DE-

DEMONSTRATIE.

De lyn L*n*, evenwydig aan RG, door het punct A getrokken, is Tangens van hetzelve. *door* § 60.
derh. *n*C, RC :: AC, CP. 4 *Prop.* 6 *Boek.*
en *n*C, RC :: RC, CS :: TC, AC. § 38. en 4 *P.* 6 *B.*

derh. AC, CP :: TC, AC. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
en AC*q* = TC × CP. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 65. Getrokken hebbende L*l*, G*g*, regthoekig op TC, heeft men

AL, PG :: L*l*, G*g*. 4 *Prop.* 6 *Boek.*
en AL, PG :: AC, PC :: TC, AC. 4 *Pr.* 6 *B. en bew.*

derh. TC, AC :: L*l*, G*g*. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
daarom TC × G*g* = AC × L*l*. 6 *Prop.* 5 *Boek.*
en de △TGC = △ALC. 1 *Prop.* 6 *Boek.*

Voorts wordt eveneens, als in de 13 *en* 14 *Propositien* § 46 en 49 met haare gevolgen § 47, 48 en 50 is gedaan, beweezen, dat de

△KFN = TGNH is.

XXIV. PROPOSITIE.

§ 66. Indien OB en WY, evenwydig aan *n*L, zyn getrokken; zo is

GO*q*, GW*q* :: BO × OF, YW × WX.

DEMONSTRATIE.

Trekt XV, evenwydig aan TG; en uit D, alwaar dezelve de Ellips heeft gesneeden, de lyn DE, evenwydig aan AL.

De $\triangle$ TOI, $\triangle$ HFI :: OI*q*, IF*q*. 14 *Pr.* 6 *B.*
derh. $\triangle$TOI–$\triangle$HFI, OI*q*–IF*q*:: $\triangle$HFI, FI*q*. 14 *Pr.* 5 *B.*
en de $\triangle$ TWZ, WZ*q* :: $\triangle$HFI, FI*q*. 14 *Pr.* 6 *B.*

derh. TOFH, BO×OF :: $\triangle$ TWZ, WZ*q*. 6 *Pr.* 2 *B.*
en TWXV, YW×WX :: $\triangle$ TWZ, WZ*q*. *om gelyke rede.*

derh. TOFH, TWXV :: BO×OF, YW×WX. 11 *Pr.* 5 *B.*
ofte $\triangle$ KOG, $\triangle$ *a*GW :: BO×OF, YW×WX. § 65.
maar $\triangle$ KOG, $\triangle$ *a*GW :: GO*q*, GW*q*. 14 *Pr.* 6 *B.*

daarom GO*q*, GW*q* :: BO×OF, YW×WX. 11 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

§ 67. GO*q*, GW*q* :: BO×OF, YW×WX. § 66. ook blykt dat GM*q*, GO*q* :: AM*q*, BO×OF. op gelyke wyze

daarom GM*q*, AM*q* :: GW*q*, YW×WX. 19 *Pr.* 5 *B.*
Insgelyks G*bq*, *b*Q*q* :: GW*q*, YW×WX.

derhalven GM*q*, G*bq* :: MA*q*, *b*Q*q*. 11 *Pr.* 5 *Boek.*
en GM, G*b* :: MA, *b*Q. 18 *Prop.* 5 *Boek.*

II. GEVOLG.

§ 68. Indien GO = GW is,
zal BO×OF = YW×WX zyn. 20 *Def.* 5 *B.* *en 't beweez.*

XXV. PROPOSITIE.

§ 69. Indien, uit het Brandpunt E, (*Tab.* 4. *Fig.* 19.) getrokken wordt de halve Applicate EI; en GI de Tangens van het punct I is, welke voortgetrokken zynde, de kleine verlengde As ontmoet in R; daar na uit G, regthoekig op AG, een onbepaalde regte lyn wordt opgeregt; en dan uit de punten der Ellips, by voorbeeld C, M, I worden getrokken, de lynen CS, MD, IQ evenwydig aan de As AF: zo zullen deeze evenredig zyn aan de lynen EC, EM, EI. Dat is,

FG, EF :: IQ, EI :: MD, ME :: CS, EC.

DEMONSTRATIE.

1°. Laat door M zyn getrokken TV evenwydig aan RW.

nu is AE × EF, EI*q* :: BF, EI. § 34 en 35.
derhalven AE × EF = EI × BF. 12 *en* 6 *Prop.* 5 *Boek.*
maar AE × EF = BE × EG. 12 *Prop.* § 45.

daarom BE × EG = EI × BF. 1 *Ax.*
en BE, BF :: EI, EG :: BR, BG. 8 *Pr.* 5 *B. en* 4 *Pr.* 6 *B.*
bygevolg EB × BG = FB × BR, 6 *Prop.* 5 *Boek.*
maar EB × BG = FB*q*. § 39.

diensvolgens BF*q* = FB × BR. 1 *Ax.*
en BF = BR. 8 *Ax.*

2°. AE, BE :: EG, EF. § 45. en 8 *Prop.* 5 *Boek.*
daarom BF, FG :: BE, EF. 14 *Prop.* 5 *Boek.*
en BF, HF :: BG, FG. 4 *Pr.* 6 *B. en* 1°. *beweez.*

bygevolg BF*q*, HF :: BE × BG, EF. 17 en 12 *Pr.* 5 *B.*
maar BF*q* = BE × BG. 12 *Prop.* § 45.

derhalven HF = FE. 20 *Def.* 5 *Boek.*

3°. WR

3°. $WR \times RC + CBq = ABq = ECq$. *6 Pr. 2 B. en 1°. bew.*
en $CBq + BEq = ECq$. 32 *Prop.* 1 *Boek.*

derhalven $WR \times RC = BEq$. 4 *Ax.*

4°. $WR \times RC, VT \times TM :: RIq, ITq$. § 66.
$BEq, LEq :: RIq, ITq$. 2 *Pr.* 6 *B.* en 18. 5 *B.*

derh. $WR \times RC, VT \times TM :: BEq, LEq$. 11 *Pr.* 5 *Boek.*
maar $WR \times RC = BEq$. 3°. *beweezene.*

bygevolg $VT \times TM = LEq$. 20 *Def.* 5 *Boek.*
en $VT \times TM = TLq - LMq$. 6. *Pr.* 2 *Boek.*

diensvolgens $TLq = LEq + LMq$. 1 en 3 *Ax.*
of $TLq = MEq$. 32 *Prop.* 1 *Boek.*
derhalven $TL = ME$.

Eindelyk FG, FH::EG, EI::LG, LT::BG, BR. 4 *Pr.* 6 *B.*
ofte FG, EF::IQ, EI::MD, ME::CS, EC. *uit 't beweez.*
Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 70. De halve Applicate E I van het Brandpunt E, als mede de afstand BE van 't Middelpunt tot het Brandpunt gegeeven zynde, kan de Ellips door punten beschreeven worden.

XXVI. P R O P O S I T I E.

§ 71. Gegeeven zynde de beide Asfen van eene Ellips, om dezelve door punten te beschryven.

O P L O S S I N G.

Beschryft op de beide halve Asfen (*Tab.* 4. *Fig.* 20.) A C, C D twee Cirkelen; neemt in A B een punct E

 naar

naar welgevallen, en regt op uit hetzelve eene lyn EG regthoekig op AB, trekt dan de Radius CG, welke de kleinste Cirkel snydt in H, en trekt uit dit punct eene lyn evenwydig aan AB; die GE snydt in F, het welke een punct van de begeerde Ellips zal zyn.

DEMONSTRATIE.

EF, EG :: CH, CG. 4 *Pr.* 6 *B.* en 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte EF*q*, EG*q* :: CH*q*, CG*q*. 18 *Prop.* 5 *Boek.*
maar EG*q* = AE × EB. 23 *Prop.* 3 *Boek.*

derh. EF*q*, AE × EB :: CH*q*, CG*q*.
ofte AE × EB, EF*q* :: CB*q*, CD*q*. 10 *Def.* 1 *B.* en 8 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

XXVII. PROPOSITIE.

§ 72. Als een Kegel zodaanig gesneeden wordt, dat de verlengde sneed het verlengde grondvlak ontmoet; wordt de Sneed een Ellips genoemd.

By voorbeeld. De kegel ABC (*Tab.* 4. *Fig.* 21.) gesneeden zynde door het vlak GRMQ, wiens verlengde GMZ het verlengde grondvlak BSCT in Z ontmoet, is GRMQ een Ellips.

DEMONSTRATIE.

Laat de driehoek ABC de doorsneed van den Kegel door deszelfs toppunt zyn, welke regthoekig op de basis BSCT staat; en daar benevens regthoekig door het vlak van doorsnyding GRMQ gaat: GM zy derzelver gemeene snyding met den driehoek ABC. Stelt de Cirkel DHEF evenwydig met het grondvlak te zyn, DE de snyding van deezen Cirkel met den driehoek ABC, en HF die van den Cirkel met het vlak GRMQ,

GRMQ, dan zal, om de regthoekige sneed der beide vlakken GRMQ en DHEF met den driehoek ABC *uit de onderstelling*, de regte HNF van derzelver gemeene snyding ook regthoekig op het vlak ABC zyn, door de 6 *Prop.* 9 *Boek.*

Bygevolg de ∠ FNG = den ∠ HNG = L } 13 *Def.* 9 *B.*
en ook de ∠ FND = den ∠ HND = L }

daarom FN = HN. 1 *Prop.* 3 *Boek.*

Zo OLPI een andere Cirkel evenwydig met de basis is, die het vlak GRMQ volgens de regte LKI snydt, zal om gelyke reedenen LK = KI zyn, en LKI regte hoeken met GM en OP maaken.

Voorts is MK, PK :: MN, NE. } 4 *Prop.* 6 *Boek.*
en KG, OK :: GN, DN. }

byg. GK×KM, OK×PK :: GN×NM, DN×NE. 17 *Pr.* 5 *B.*
ofte GK×KM, KI*q* :: GN×NM, NF*q*. 23 *Pr.* 3 *B.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 73. Als MK = KG wordt genomen, dan is LI de kleine As.

BYVOEGZEL.

§ 74. Als (*Tab.* 4. *Fig.* 22.) AQ = $2a$, de Parameter van de As AQ = $2p$, IG = x en de halve Applicate BI = y zyn; is $aa - xx$, yy :: a, p. 6 *Prop.* § 34.

derhalven $yy = (aa - xx) \times \frac{p}{a}$, het welke men noemt de Equatie op de Ellips.

XXVIII. PROPOSITIE.

§ 75. Indien Cc een Applicate van de Middellyn Bb is; TC Tangens van het punct C; BL Tangens van het punct B; en GB voortgetrokken zynde TC ontmoet in D: dan is $DG \times GE = BGq$.

DEMONSTRATIE.

Stelt $AG = a$, de Parameter van $AQ = 2p$, $GI = x$, $BI = y$, $BG = c$, $EG = v$, $FG = u$: trekt ME evenwydig aan TQ, en EH evenwydig aan CF; dan is $BG, EG :: IG, HG$. 4 *Prop 6 Boek.*

$$\text{of } c,\ v :: x,\ \frac{vx}{c}$$

$$\text{Daarom } HF = PE = \frac{vx}{c} - u = \frac{vx - cu}{c}.$$

$BG, EG :: GL, GK$. 4 *Prop. 6 Boek.*

$$\text{dat is } c,\ v :: \frac{aa}{x},\ GK = \frac{aav}{cx} \quad \S\ 39.$$

$$\text{Derhalven } KF = \frac{aav}{cx} - u = \frac{aav - cxu}{cx}.$$

$$TG = \frac{aa}{u} \quad \S\ 39, \text{ en } TK = \frac{aa}{u} - \frac{aav}{cx} = \frac{aacx - aauv}{cux}$$

Voorts is $KF, PE :: KT, ME$. 4 *Prop. 6 Boek.*

$$\text{dat is } \frac{aav - cxu}{cx},\ \frac{vx - cu}{c} :: \frac{aacx - aauv}{cux},\ ME.$$

$$\text{derhalven } ME = \frac{(vx - cu) \times (aacx - aauv)}{(aav - cxu) \times cu}$$

$TG, ME :: GD, DE$. 4 *Prop. 6 Boek.*

en $TG - ME, TG :: GD - DE, GD$. 14 *Pr. 5 B.*

$$\text{dus } \frac{aa}{u} - \frac{(vx - cu) \times (cx - uv) \times aa}{(aav - cxu)\, cu},\ \frac{aa}{u} :: v,\ GD.$$

de

de beide termen der eerste reden gedeeld door $\frac{aa}{u}$.

geeft $1 - \frac{(yx-cu)\times(cx-uv)}{aacy-ccux}$, 1:: v, DG. 12 *Pr.* 5 *B.*

en $GD = \frac{aacy-ccux}{aac-cxx+uvx-cuu} = \frac{(aay-cux)\times cc}{aacc-ccxx+cuyx-ccuu}$

Eind. BIq, CFq:: LIq, KFq zynde, 4 *Pr.* 6 *B.* en 18 *Pr.* 5 *B.*

geeft $\left(\frac{aa-xx}{a}\right)p$, $\left(\frac{aa-uu}{a}\right)p$ :: $\left(\frac{aa-xx}{x}\right)^2$, $\left(\frac{aay-ucx}{cx}\right)^2$ § 74 en § 45.

of 1, $aa-uu$ :: $\frac{aa-xx}{xx}$, $\frac{a^4yy-2aauycx+ccuuxx}{ccxx}$ bygevolg $(a^4-aaxx-aauu+xxuu)cc = a^4yy-2aauycx+ccuuxx$

De gelyke termen ter wederzyden van het teeken gelyk wegneemende, en de geheele equatie door aa deelende, krygt men $-ccuu = aayy-2ycux-aacc+ccxx$

Het welke voor $-ccuu$ in de uitdrukking van $GD = \frac{(aay-cux)\times cc}{aacc-ccxx+cuyx-ccuu}$ in de plaats gesteld zynde, geeft $GD =$

$$\frac{(aay-cux)\times cc}{aacc-ccxx+cuyx+aayy-2ycux-aacc+ccxx}$$

$$= \frac{(aay-cux)\times cc}{aayy-cuxy} = \frac{cc}{y}$$

Dat is $GD = \frac{BGq}{GE}$

en daarom $GD \times GE = BGq$.

Dat te bewyzen was.



DERDE HOOFDDEEL.

VAN DE

HYPERBOLA.

I. DEFINITIE.

§ 76. Indien F en *f*, (*Tab.* 5. *Fig.* 1.) zyn twee punten naar welgevallen genomen, en in F wordt vastgemaakt een lineaal MF, en in *f* en M een draad *f*EM korter dan MF, en deeze draad gespannen tegens het lineaal wordt bewoogen, zal het punct E, dat de draad gespannen tegens 't lineaal drukt, beschryven een kromme lyn BER, welke een Hyperbola wordt genaamt; en indien men, het lineaal van F in *f*, en de draad van *f* naar F overgebragt hebbende, met dezelfde lineaal en draad op gelyke wyze de kromme A*er* beschryft, dan wordt deeze laatste de tegenoverstaande Hyperbola van de eerste genaamt.

II. DEFINITIE.

§ 77. F en *f*, om welke de beweeginge van den draad, en het lineaal geschiedt, noemt men Brandpunten; het punt C, in het midden van F*f*, wordt het Middelpunt genaamt; A, en B noemt men Toppunten; en AB de eene As.

III. DEFINITIE.

§ 78. Indien een onbepaalde regte lyn, regthoekig op AB, door het punt C wordt getrokken, en uit A of

of B, als Middelpunt met de Radius F C of *f* C een rond wordt beschreeven; zal daar door worden bepaald eene lyn D Q, die men de tweede As noemt; terwyl de beide lynen A B, en D Q worden *Axes Conjugatæ* of elkander toegevoegde Assen genaamd.

G E V O L G.

§ 79. Om dat de draad M E *f* altyd van eene gelyke lengte blyft, is het verschil tusschen denzelven en het lineaal overal gelyk; en daarom

F B − B*f* = F E − E*f* = *f* A − A F.
ofte F B + A F = *f* A + B*f*.
maar A B = A B.

derhalven 2 A F = 2 B*f*. 4 *Ax*.
en A F = B*f*. 8 *Ax*.
bygevolg F E − E*f* = F B − B*f* = A B.
en A C = C B.

I. P R O P O S I T I E.

§ 80. In alle Hyperbolen is de regthoek der deelen op de As, begreepen tusschen het Brandpunt van de eene, en het Toppunt van de tegenoverstaande; en de afstand van het Top- en Brandpunt van de eerste; gelyk het Quadraat van de halve tweede As.

Dat is, (*Tab.* 5. *Fig.* 2.) A *f* × *f* B = C D *q*.

D E M O N S T R A T I E.

B D getrokken hebbende, heeft men

A *f* × *f* B + C B *q* = C *f q* = B D *q*. § 78. *en* 6 *Pr.* 2 *B.*
maar C D *q* + C B *q* = B D *q*. 32 *Prop.* 1 *Boek.*

derh. A *f* × *f* B + C B *q* = C D *q* + C B *q*. 1 *Ax.*
en A *f* × *f* B = C D *q*. 4 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

II. PROPOSITIE.

§ 81. Indien EH eene halve Applicate is, en met Ef als Radius, uit het Middelpunt E, een Cirkel wordt beschreeven, die de lineaal snydt in K en L, en men daarna FX = XK maakt; zal FL = 2EX, en FI = 2CH zyn.

DEMONSTRATIE *van het eerste.*

KX = XF. *Constructie.*
en KX = EL + EX. 10 *Def.* 1 *B. en* 9 *Ax.*

derhalven EL + EX = FX. 1 *Ax.*
maar EL = EX + XL.

daarom 2EX + XL = FX. 1 *Ax.*
en 2EX = FL. 3 *Ax.*
ofte 2EX = AB. § 79.

derhalven EX = AC. 8 *Ax.*

DEMONSTRATIE *van het tweede.*

FC = Cf. *Constructie.*
derhalven FC + fH = Cf + fH. 3 *en* 9 *Ax.*
en 2FC + 2fH = 2CH. 7 *Ax.*
ofte Ff + fI = 2CH. *Constr en* 1 *Pr.* 3 *B.*
dat is FI = 2CH. 9 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 82. KF × FL = IF × Ff. 1 *Gevolg.* 24 *Prop.* 3 *B.*
gedeeld door 4

zo is FX × XE = HC × Cf. *uit 't beweezene en* § 79.

IV. DE-

IV. DEFINITIE.

§ 83. De deelen der eerste As, als AH en BH, tusschen de beide Toppunten A en B en een halve Ordinate EH vervat; worden de Abscisfen deezer Ordinate op de As genoemd.

III. PROPOSITIE.

§ 84. In alle Hyperbolen is de regthoek van de eene As AB, en de Abscisse BH als eene lyn AH; en de Abscisse BH; ofte de regthoek der Abscisfen op de As; tot het Quadraat van de halve Applicate HE; als het Quadraat van de halve As AB, tot het Quadraat van de halve As DQ.

Ofte AH×HB, HE*q* :: AC*q*, CD*q*.

DEMONSTRATIE.

Vooreerst is EX, C*f* :: CH, FX. § 82. *en* 8 *Pr.* 5 *B.*

ofte AC, AC+C*f* :: CH, CH+FX. § 80. *en* 13 *Pr.* 5 *B.*

AC, A*f* :: CH, CH+FX.

AC, CH−AC :: A*f*, CH+FX−A*f*. 15 *Pr.* 5 *B.*

AC, BH :: A*f*, CH+KE−C*f*. § 81.

AC, BH :: A*f*, E*f*+*f*H.

Derhalven uit *f* als Middelpunt met *f*H als Radius een half rond beschreeven hebbende,

is AC, BH :: A*f*, EN. 10 *Def.* 1 *Boek.*

Ten tweeden, AC, C*f* :: CH, FX. *beweezen.*

derh. AC, C*f*−AC :: CH, FX−CH. 14 *Pr.* 5 *B.*

of AC, B*f* :: CH, FX−CH.

AC, AC+CH :: B*f*, B*f*+FX−CH. 15 *Pr.* 5 *B.*

AC, AH :: B*f*, E*f*−*f*H. § 81.

derhalven AC, AH :: B*f*, EF. 10 *Def.* 1. *Boek.*

maar $AC, BH :: Af, EN$. *uit 't eerste beweezene.*

derh. $ACq, AH \times HB :: Af \times fB, PE \times EN$. 17 *Pr.* 5 *B.*
ofte $ACq, AH \times HB :: CDq, HEq$. § 80 *en* 24 *Pr* 3 *B.*
dat is $AH \times HB, HEq :: ACq, CDq$. 8 *Prop.* 5 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 85. RO ook een halve Applicate zynde, bewyst men eveneens,

dat $AO \times OB, ORq :: ACq, CDq$ is.
daarom $AH \times HB, AO \times OB :: HEq, ORq$. 11 *Pr.* 5 *B.*

IV. P R O P O S I T I E.

§ 86. Indien EI regthoekig op de tweede As DQ (*Tab.* 5. *Fig.* 3.) staat,

dan is $CBq, CDq :: IEq, ICq + CDq$.

D E M O N S T R A T I E.

$CBq, CDq, :: AH \times HB, HEq$. § 84.
en $CBq, AH \times HB + CBq :: CDq, CD + HEq$. 15 *Pr.* 5 *B.*
ofte $CBq, CHq :: CDq, CDq + HEq$. 6 *Pr.* 2 *B.*
ofte $CBq, EIq :: CDq, CDq + ICq$. 23 *Pr.* 1 *B.*

Dat te bewyzen was.

B Y V O E G Z E L.

§ 87. Indien op QD als eerste, en AB als tweede As, twee andere Hyperbolen PDO, GQS worden beschreeven; dan worden deeze de *Hyperbolæ Conjugatæ* of toegevoegde Hyperbolen van de beide voorigen EBL en MAN genaamt: en dewyle men in dezelve deeze eigenschap heeft, als PR regthoekig staat op de verlengde QD,

dat

dat $QR \times RD$, $PRq :: CDq$, CBq is, § 84. zo is ook $QR \times RD + CDq, CDq :: PRq + CBq, CBq$. 15 *Pr.* 5 *B.* ofte $RCq, CDq :: PRq + CBq, CBq$. 6 *Pr.* 2 *B.*

GEVOLG.

§ 88. Indien $CF = AD = Cf$ wordt genomen, dan is F het Brandpunt van de Hyperbola NAM, en *f* van PDO. *volgens de* 3[de] *Definitie.*

V. DEFINITIE.

§ 89. Een lyn, die de derde evenredige van de twee *Axes Conjugatæ* is, wordt de Parameter der eerste van deeze beide Asfen genaamt; welke de voorgaande van de eerste reden is. By voorbeeld, indien (*Tab.* 5 *Fig.* 4.) $AB, DQ = DQ, P$ is, dan is P de Parameter van de As AB, en bygevolg $P = \frac{DQq}{AB}$ 7 *Prop.* 5 *Boek.*

GEVOLG.

§ 90. Derhalven uit B, regthoekig op AB, een lyn hebbende getrokken; welke, van de lyn uit A door D gaande, wordt gesneeden in L; en dan uit dit punt regthoekig op AL eene lyn getrokken, die de verlengde As snydt in M; zo is BM de begeerde Parameter.

Want $BM \times BA = BLq$. 8 *Prop.* 6 *Boek.*

en $BM = \frac{BLq}{BA} = \frac{DQq}{AB}$ 4 *Prop.* 6 *Boek.*

V. PROPOSITIE.

§ 91. In alle Hyperbolen zyn de regthoeken der Abscisfen op de As, tot de Quadraaten der halve Applicaten, gelyk de groote As, tot de Parameter.

Dat is $AH \times HB, HEq :: AB, P$.

DEMONSTRATIE.

AH×HB, HE*q* :: AC*q*, CD*q*. § 84.
en AB*q*, DQ*q* :: AC*q*, CD*q*. 10 *en* 18 *Pr.* 5 *B.*

derh. AH×HB, HE*q* :: AB*q*, DQ*q*. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
maar AB×BM = DQ*q*. § 90.

derh. AH×HB, HE*q* :: AB*q*, AB×BM.
ofte AH×HB, HE*q* :: AB, BM of P. 12 *Pr.* 5 *B. en* § 90.

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 92. De Parameter van een Hyperbola is gelyk aan de Applicate, welke door het Brandpunt wordt getrokken. By voorbeeld, *f* het Brandpunt zynde en *f*I een halve Applicate.

Zo is A*f*×*f*B, *f*I*q* :: CB*q*, CD*q*. § 84.
maar A*f*×*f*B = CD*q*. § 80.

derhalven CD*q*, *f*I*q* :: CB*q*, CD*q*.
ofte CD, *f*I :: CB, CD. 18 *Prop.* 5 *Boek.*
en DQ, 2*f*I :: AB, DQ. 10 *Prop.* 5 *Boek.*

derh. 2*f*I = $\frac{DQq}{AB}$ = P. 6 *Prop.* 5 *Boek. en* § 89.

VI. PROPOSITIE.

§ 93. Indien uit de beide Brandpunten F en *f* (*Tab.* 5. *Fig.* 5.) tot hetzelfde punt E van de Hyperbola, twee regte lynen FE en *f*E worden getrokken; vervolgens EG gelyk aan EF gemaakt, en dan uit E door I, het midden van FG, de lyn ET getrokken wordt; zal deeze de Tangens van het punt E zyn.

DE-

DEMONSTRATIE.

Indien TE de Hyperbola in E niet raakte, laat dan dezelve, voortgetrokken zynde, gesteld worden de Hyperbola te snyden in Q, en trekt FQ, fQ; bygevolg Q een punt van de Hyperbola gesteld zynde,

zoude $fQ - FQ = fG$ moeten zyn. § 79.

ofte $fQ = FQ + fG$.

maar $FQ = GQ$. *uit de Constructie.*

derhalven zoude $fQ = GQ + fG$ moeten zyn, dat onmogelyk is, *volgens de* 15 *Prop.* 1 *Boek.* Derhalven is Q niet in de Hyperbola; en op dezelfde wyze wordt beweezen, dat TE ook niet beneden het punt E aan de Hyperbola kan geweest zyn; weshalven TE niet dan in het punt E aan de Hyperbola komt; en daarom is zy Tangens van het punt E.

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 94. De $\angle GEI = \angle QEP$. 2 *Prop.* 1 *Boek.*

en de $\angle GEI = \angle IEF$. 3 *Prop.* 1 *Boek.*

derhalven $\angle IEF = \angle QEP$. 1 *Ax.*

VII. PROPOSITIE.

§ 95. Indien HE eene halve Applicate is, en TE Tangens van het punt E, dan is $HC \times CT = CBq$.

DEMONSTRATIE.

Getrokken hebbende FP evenwydig aan TE.

Zo is $fP, PE :: Ff, FT$. 2 *Prop.* 6 *Boek.*

ofte $2fX, EF :: 2CF, FT$. § 81 *en* 2 *Prop.* 6 *Boek.*

ofte $fX, EF :: CF, FT$. 12 *Prop.* 5 *Boek.*

en

en $fX - EF, fX :: CF - FT, CF.$ 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte $EX, CT :: fX, CF.$
en $CH, EX :: fX, CF.$ § 82.

derhalven $EX, CT :: CH, EX.$ 11 *Prop.* 5 *Boek.*
dat is $BC, CT :: CH, BC.$ § 81.
en $HC \times CT = BCq.$ 6 *Prop.* 5 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

G E V O L G.

§ 96. Indien uit C een lyn evenwydig aan TE wordt getrokken, zal dezelve loopen door het punt X; want $fX = XP$ en $fC = CF.$ *door de Construćtie.* derhalven $fX, XP = fC, CF.$ 6 *en* 20 *Def.* 5 *Boek.* bygevolg CX evenwydig aan FP. 2 *Prop.* 6 *Boek.* en daarom ook evenwydig aan de Tangens TE.

VIII. PROPOSITIE.

§ 97. Alle Applicaten als EM (*Tab.* 5. *Fig.* 6.) worden door de eerste As in twee gelyke deelen gedeelt in I.

DEMONSTRATIE.

$$\left.\begin{array}{l} AI \times IB, IEq :: CBq, CDq. \\ AI \times IB, IMq :: CBq, CDq. \end{array}\right\} \text{§ 84.}$$

derhalven $IEq = IMq.$
en $IE = IM.$

Dat te bewyzen was.

IX. PRO-

IX. PROPOSITIE.

§ 98. Alle halve Applicaten van twee tegensoverſtaande Hyperbolen, die even verre van het Middelpunt ſtaan, zyn gelyk. By voorbeeld.

Indien $CI = CH$ is,
dan is $IM = HG$.

DEMONSTRATIE.

$AI \times IB, IMq :: CBq, CDq :: BH \times HA, HGq$. § 84.
maar $AI \times IB \quad = \quad BH \times HA$. *uit de onderſt.*

derhalven $IMq = HGq$. 20 *Def.* 5 *Boek.*
ofte $IM = HG$.

Dat te bewyzen was.

VI. DEFINITIE.

§ 99. Alle regte lynen GE, welke van de eene Hyperbola door het Middelpunt tot de andere worden getrokken, hebben den naam van Diameters of Middellynen.

X. PROPOSITIE.

§ 100. Alle Middellynen worden door het Middelpunt in twee gelyke deelen gedeelt. Dus is $GC = CE$.

DEMONSTRATIE.

$BH \times HA, AI \times IB :: HGq, EIq$. § 85.
en $HCq, ICq :: HGq, EIq$. 4 *Pr.* 6 *B.* en 18 *Pr.* 5 *B.*

derh. $BH \times HA, AI \times IB :: HCq, ICq$. 11 *Pr.* 5 *B.*
ofte $HCq, HCq - BH \times HA :: CIq, CIq - AI \times IB$. 15 *Pr.* 5 *B.*
ofte $HCq, ACq :: CIq, CBq$. 6 *Prop.* 2 *Boek.*

 maar

maar $ACq = CBq$. § 79.

derhalven ook $HCq = CIq$. 20 *Def.* 5 *Boek.*

$HC = CI$.

en $GC = CE$. 3 *Prop.* 1 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

VII. DEFINITIE.

§ 101. Indien de uiteinden A, B, D, Q van de beide Asſen AB, DQ (*Tab.* 5. *Fig.* 7.) met elkanderen worden vereenigt, door de regte lynen AD, DB, BQ en QA; en door het Middelpunt C, evenwydig aan AD en BD, worden getrokken de onbepaalde lynen GH en FE; dan worden deeze laatſte de Aſymptoten van de Hyperpolen genaamt, maar CI, CK, CL, CP heeft men den naam van *Potentiæ* of Hoogheden gegeeven.

XI. PROPOSITIE.

§ 102. Het Quadraat van de *Potentia* of Hoogheid CI is gelyk aan het vierde gedeelte van de ſom der Quadraaten van de beide halve Asſen AC, CD.

Dat is $CIq = \frac{ACq + CDq}{4}$.

DEMONSTRATIE.

$AD = DB = BQ = QA$. 3 *Pr.* 1 *B.*, en om dat $AC = CB$ is, Zo is $AI = ID = DK = CI$. 2 *Prop.* 6 *Boek.*

maar $ADq = ACq + CDq$. 32 *Prop.* 1 *Boek.*

ofte $4ICq = ACq + CDq$. *Gevolg.* 4 *Pr.* 2 *B.*

derhalven $ICq = \frac{ACq + CDq}{4}$. 8 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

XII. PRO-

XII. PROPOSITIE.

§ 103. Indien H F evenwydig aan D Q wordt getrokken, dan is $HM \times MF = CDq$.

DEMONSTRATIE.

$BL \times LA, ACq :: LMq, CDq.$ § 84.

$BL \times LA + ACq, LMq + CDq :: ACq, CDq.$ 13 *Pr.* 5 *B.*

en $CLq, LFq :: BCq, CDq.$ 4 *Pr.* 6 *B. en* 18 *Pr.* 5 *B.*

derh. $BL \times LA + ACq, LMq + CDq :: CLq, LFq.$ 11 *Pr.* 5 *B.*

ofte $CLq, LMq + CDq :: CLq, HM \times MF + LMq.$ 6 *Pr.* 2 *B.*

derh. $LMq + CDq = HM \times MF + LMq.$ 20 *Def.* 5 *B.*

ofte $CDq = HM \times MF.$ 4 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

§ 104. $LF = LH.$

$LM = LN.$ § 97.

derh. $MF = NH.$ 4 *Ax.*

en $HM = FN.$ 3 *Ax.*

derh. $HM \times MF = FN \times NH.$ 7 *Ax.*

II. GEVOLG.

§ 105. $HM = NF.$

$FM = FM.$

derh. $HM \times FM = NF \times FM.$ 7 *Ax.*

III. GEVOLG.

§ 106. Om dat overal $HM \times MF = CDq$ is, kan de Asymptote nooit by de kromme lyn komen, want dan wierde $MF = o$, en bygevolg $CDq = HM \times o = o$, dat onmoogelyk is.

IV. GEVOLG.

§ 107. Als ZY, regthoekig op AB, door het punt A wordt getrokken; dan is AY ≠ CD.

V. GEVOLG.

§ 108. Indien EH, MN en RS (*Tab.* 6. *Fig.* 8.) evenwydig aan CD; en FP, KO evenwydig aan CX zyn getrokken; dan is CP × PF = CO × OK = CQ × QA.

Want FT, KV en AW evenwydig aan CY hebbende getrokken, heeft men

FT, VK :: FH, KN :: KM, FE :: OK, FP. § 103. *en* 4 *Pr.* 6 *B.*
derh. FT, VK :: OK, FP. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
ofte CP, CO :: OK, FP. 23 *Prop.* 1 *Boek.*
derh. CP × FP = CO × OK. 6 *Pr.* 5 *B.* Insgelyks
AW, FT :: AS, FH :: EF, AR :: FP, AQ. § 103. *en* 4 *Pr.* 6 *B.*
derh. CQ, CP :: FP, AQ. 23 *Prop.* 1 *B. en* 11 *Pr.* 5 *B.*
daarom CQ × QA = CP × PF. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

VI. GEVOLG.

§ 109. Indien ZU evenwydig aan LI wordt getrokken, dan is IK × KL = UF × FZ. Want

KI, FU :: KN, FH :: FE, KM :: FZ :: KL. § 103 *en* 4 *Pr.* 6 *B.*
derh. KI, FU :: FZ, KL. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
en KI × KL = FU × FZ. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

VIII. DEFINITIE.

§ 110. Een Hyperbola wordt gelykzydig genoemd, als de beide halve Asſen CD, en CA gelyk zyn aan elkander; waar uit volgt dat in zodanig eene Hyperbola de ∠ CQA = ∟ is, en bygevolg de Producten CO × OK, CP × PF gelyk aan het Quadraat CQAW.

XIII. PRO-

XIII. PROPOSITIE.

§ 111. Indien uit een punt L, van de Asymptote CY, tot de andere Asymptote CX een lyn LI wordt getrokken, dan is de lyn LK = GI.

DEMONSTRATIE.

Door K, en G hebbende getrokken de lynen MN, en EH evenwydig aan CD, zo is
LK, LG::KM, GE::GH, KN::GI, KI. § 103. *en* 4 *Pr.* 6 *B.*
derh. LK, LG::GI, KI. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
en LK, LG − LK::GI, KI − GI. 14 *Prop.* 5 *Boek.*
ofte LK, KG::GI, KG.
daarom LK = GI.

Dat te bewyzen was.

XIV. PROPOSITIE.

§ 112. Om de Tangens van een gegeeven punt R (*Tab.* 6. *Fig.* 9.) der Hyperbola op de Asymptote CY te trekken.

OPLOSSING.

Trekt RS evenwydig aan de Asymptote CX, maakt SM = CS; en trekt dan uit M door R, een regte lyn MT; welke de Hyperbola zal raaken in R.

DEMONSTRATIE.

Zo MT de Hyperbola niet raakt in R, laat zy dezelve snyden in O, en dan is
OM = RT. § 111.
maar RM = RT. 2 *Prop.* 6 *Boek.*

derhalven OM = RM. 1 *Ax.* het welke onmoogelyk is, derhalven zal TM Tangens zyn van het punt R.

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 113. Als PE evenwydig aan de Tangens TM wordt getrokken, dan is $PF \times FE = TR \times RM$. § 109. maar in dit geval is $TR = RM$, derhalven $PF \times FE = RMq = TRq$.

IX. DEFINITIE.

§ 114. Als NF evenwydig aan de Tangens TM van het punt R wordt getrokken, dan noemt men dezelve een Ordinate van de Diameter CQ, die door dit punt R gaat.

XV. PROPOSITIE.

§ 115. Ieder Ordinate NF wordt door zyne Diameter CQ in twee gelyke deelen in I gedeelt, zo dat $NI = IF$ is.

DEMONSTRATIE.

$RM = RT$. § 112.

Derhalven $EI = IP$. 4 *Prop.* 6 *Boek. en* 20 *Def.* 5 *B.*

maar $EF = NP$. § 111.

Daarom $IF = IN$. 4 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

X. DEFINITIE.

§ 116. Indien een onbepaalde lyn GH, door het Middelpunt C, evenwydig aan de Tangens TM van het punt R wordt getrokken; en van dit punt een lyn RA, evenwydig aan de Asymptote CX; dan noemt men CA de halve Diameter *Conjugata* of toegevoegde van de halve Diameter CR; bygevolg $CA = TR = MR$. 23 *Prop.* 1 *Boek.* en $PF \times FE = CAq$. *Gevolg van Prop.* 14.

XVI. PRO-

XVI. PROPOSITIE.

§ 117. De regthoek der Abscisſen BR, RA (*Tab. 6. Fig.* 10.) op de Middellyn AB, is tot het Quadraat der halve Applicate RN, als het Quadraat der halve Middellyn AC, tot het Quadraat van derzelver halve toegevoegde Middellyn CD. Dat is $BR \times RA, RNq :: ACq, CDq$.

DEMONSTRATIE.

TQ Tangens van het punt A zynde, en QD evenwydig aan AB getrokken hebbende; zyn AC en CD twee halve elkander toegevoegde Middellynen, *Def.* 9.

en $CRq, CAq :: RPq, ATq$. 18 *Prop.* 5 *Boek.*
derh. $CRq-CAq, CAq :: RPq-ATq, ATq$. 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte $BR \times RA, CAq :: RPq-FN \times NP, CDq$. 6 *Pr.* 2 *B. en* § 113.
ofte $BR \times RA, NRq :: CAq, CDq$. 6 *Prop.* 2 *Boek.*
Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

§ 118. $BR \times RA, RNq :: CAq, CDq$. *uit 't beweezene.*
en IL evenwydig aan MN zynde, heeft men
$BK \times KA, KLq :: CAq, CDq$.

derh. $BR \times RA, BK \times KA :: RNq, KLq$. 11 *Pr.* 5 *B.*

II. GEVOLG.

§ 119. Dewyle GH evenwydig is aan TQ, en QD evenwydig aan AB; zo volgt dat ACDQ een Parallelogram is, op de halve *Diametri Conjugatæ* of elkander toegevoegde Middellynen AC, CD beſchreeven.

XVII. PROPOSITIE.

§ 120. In alle Hyperbolen is het Parallelogram van twee halve elkander toegevoegde Diameters (*Tab.* 6. *Fig.* 11.) GCMI gelyk aan den regthoek ACDF, dat op de beide halve Asſen AC, CD beſchreeven is.

DEMONSTRATIE.

Getrokken hebbende GH, en AL evenwydig aan de Aſymptoten CX, CY, heeft men

CH, CL :: LA, HG. § 108.

en 2 CH, 2 CL :: 2 LA, 2 HG. 10 *Prop.* 5 *Boek.*

ofte CI, CE :: CF, CT. § 112. *en* 4 *Pr.* 6 *B.*

en daarom de $\triangle$CIT $=$ $\triangle$CFE. 13 *Prop.* 6 *Boek.*

ofte 2 $\triangle$ CIG $=$ 2 $\triangle$ CAF. *Gevolg van de* 27 *Pr.* 1 *B.*

ofte $\square$GCMI $=$ $\square$ACDF. 28 *Prop.* 1 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

XVIII. PROPOSITIE.

§ 121. Indien CG (*Tab.* 6. *Fig.* 12.) een middellyn van de Hyperbola is; AL en GT, Tangenten van het Toppunt A, en het punt G; en GP een halve Applicate; dan is

$$CP \times PT = BP \times PA.$$

DEMONSTRATIE.

BP×PA+CA*q*=CP*q*=CP×PT+PC×CT. 6 *en* 2 *Pr.* 2 *B.*

maar CA*q*= PC×CT. § 95.

derh. BP×PA=CP×PT. 4 *Ax.*

Dat te bewyzen was.

XIX. PRO-

XIX. PROPOSITIE.

§ 122. Alles gelyk in de voorgaande Propositie hebbende gesteld,

is de △TGC = △ACL.

DEMONSTRATIE.

CT, CA :: CA, CP. § 95. en 8 Pr. 5 B.
maar AL, PG :: CA, CP. 4 Prop. 6 Boek.

derhalven CT, CA :: AL, PG. 11 Prop. 5 Boek.
en CT×PG = CA×AL. 6 Prop. 5 Boek.
daarom de △TGC = △CAL. 36 Prop. 1 Boek.

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

§ 123. △ACL = △CGT. *beweezen.*
CLFT = CLFT.

derhalven △ATF = △LGF. 4 *Ax.*

II. GEVOLG.

§ 124. △LFG = △ATF. § 123.
AFGP = AFGP.

derhalven ALGP = △TGP. 3 *Ax.*

XX. PROPOSITIE.

§ 125. Indien HM evenwydig aan de Tangens TG is, en door M, regthoekig op BP, wordt getrokken de lyn IK,

dan is ALKI = △HMI.

DEMONSTRATIE.

△ CKI, △ CAL :: CIq, CAq. 14 *Prop. 6 Boek.*
en △ CKI — △ CAL, CIq — ACq :: △ CAL, ACq. 14 *Pr. 5 B.*
Insgelyks △ CGP — △ CAL, CPq — ACq :: △ CAL, ACq.

△ CKI — △ CAL, △ CGP — △ CAL :: CIq — ACq, CPq — ACq.
ofte ALKI, ALGP :: BI × IA, BP × PA. 6 *Pr.* 2 *B.*
maar IMq, PGq :: BI × IA, BP × PA. § 85.

derh. ALKI, ALGP :: IMq, PGq. 11 *Prop.* 5 *Boek.*
en △ IMH, △ PGT :: IMq, PGq. 14 *Prop.* 6 *Boek.*

derh. ALKI, ALGP :: △ IMH, △ PGT. 11 *Pr.* 5 *B.*
maar ALGP = △ PGT. § 124.
derh. ALKI, = △ IMH. 20 *Def.* 5 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

I. GEVOLG.

§ 126. ALKI = △ IMH. *beweezen.*
AOMI = AOMI.

derhalven OLKM = △ OAH. 4 *Ax.*

II. GEVOLG.

§ 127. △ ATF = △ LGF. § 123.
△ OAH = FLKN + OFNM. § 126.

derhalven TFOH = △ KNG — OFNM. 4 *Ax.*
en TNMH = △ KNG. 3 *Ax.*

XXI. PROPOSITIE.

§ 128. Indien de lynen Mm, Nn (*Tab.* 6. *Fig.* 13.), evenwydig aan de Tangens TG, de Hyperbola hebben gesneeden in L en K; en uit de Middellyn CG,

door

door deeze punten, regthoekig door de As getrokken zyn PO en QR: dan zal men hebben

dat HGq, IGq : : RH × HK, OI × IL is.

D E M O N S T R A T I E.

△TSH, △MKS : : SHq, SKq. 14 *Pr.* 6 *B.*
ofte THMK, SHq—SKq : : △MKS, SKq. 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte △GHQ, RH×HK : : △MKS, SKq. § 127. op gel. wyze
is △PGI, OI × IL : : △MKS, SKq.

derh. △GHQ, △PGI : : RH × HK, OI × IL. 11 *Pr.* 5 *B.*
maar △GHQ, △PGI : : GHq, GIq. 14 *Prop.* 6 *Boek.*

derh. GHq, GIq : : RH × HK, OI × IL. 11 *Pr.* 5 *B.*
Dat te bewyzen was.

XXIII. P R O P O S I T I E.

§ 129. Indien de Tangenten, van een der Toppunten als A, en van een ander punt G (*Tab.* 6. *Fig.* 14.), malkander snyden in H; en getrokken wordt AG, dan zal deeze een Applicate zyn van de Middellyn CT, die door dit snydpunt H getrokken wordt; en men zal derhalven moeten aantoonen, dat AI = IG is.

D E M O N S T R A T I E.

Trekt de Middellyn CG, welke door de verlengde AH wordt gesneeden in E, en trekt de lyn FE, dan is de △AFH = △EGH, 1 *Gevolg van de* 19 *Prop.* § 123.
derhalven FE evenwydig aan AG. 3 *Ax. en* 26 *Pr.* 1 *B.*
en daarom AF, AC : : EG, GC. 2 *Prop.* 6 *Boek.*
en de △AFH, △AHC : : △EGH, △CGH. 1 *Pr.* 6 *B.*
maar de △AFH = △EGH. § 123.

derhalven de △AHC = △CGH,

Dan, op de gemeene basis H C, en deszelfs verlengde, hebbende getrokken de regthoekige lynen A M en G N, zullen deeze gelyk zyn aan elkanderen, 1 *Pr.* 6 *B.* bygevolg G I = I A. *Gevolg.* 21 *Prop.* 1 *Boek.* en daarom A G een Applicate van de Diameter C T. § 97.

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 130. Indien de Tangens H G tot in B verlengd, en B R evenwydig aan G A getrokken wordt, snydende de Hyperbola in O en in Q,

dan is P B = P R. 4 *Pr.* 6 *B.* en 20 *Def.* 5 *B.*

en O P = P Q. § 97.

derhalven O B = Q R. 4 *Ax.*

XXIII. PROPOSITIE.

§ 131. Indien R T en G T (*Tab.* 6. *Fig.* 15.) zyn Tangenten van het Toppunt R, en van eenig ander punt G; en uit het punt T, door het Middelpunt C, is getrokken de Middellyn A C; welkers verlengde wordt gesneeden door de Applicate G R in P, zo is

A C *q* = P C × C T.

DEMONSTRATIE.

De lyn *n* L, welke gaat door het punt A, en evenwydig loopt aan R G, is Tangens van het punt A, door de 9 *Def.* en 15 en 22 *Propositien*, (§ 114, 115 *en* 129.) derhalven de halve Applicate A S op de As hebbende getrokken, is

A C, C P :: C *n*, C R :: R T, A S :: C T, A C. § 95. *en* 4 *Pr.* 6 *B.*

derhalven A C, C P :: C T, A C. 11 *Prop.* 5 *Boek.*

en A C *q* = C P × C T. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

Dat te bewyzen was.

G E-

GEVOLG.

§ 132. Ll en Gg regthoekig op de verlengde Middellyn AC hebbende getrokken, zo is

AL, PG : : Ll, Gg. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

en AL, PG : : AC, PC : : CT, AC. *uit 't bew.*

daarom CT, AC : : Ll, Gg. 11 *Prop.* 5 *Boek.*

en CT × Gg = AC × Ll. 6 *Prop.* 5 *Boek.*

ofte △TGC = △ALC.

Voorts KI evenwydig aan Ln hebbende getrokken, wordt eveneens, als in de 19 en 20 *Propositien met haare Gevolgen* beweezen, dat de

△KGN = TNMH is.

XXIV. PROPOSITIE.

§ 133. Indien OB en WY, (*Tab.* 7. *Fig.* 16.) uit de Tangens TGW, evenwydig aan nM, de Tangens van het punt A, zyn getrokken, zo is

GOq, GWq : : BO × OF, YW × WX.

DEMONSTRATIE.

Trekt door F, en uit X de lynen HN, en XV evenwydig aan TG, dan is de

△TOI, △HFI : : OIq, IFq. 14 *Prop.* 6 *Boek.*

derh. △TOI — △HFI, OIq — IFq : : △HFI, FIq. 14 *Pr.* 5 *B.*

maar de △TWZ, WZq : : △HFI, FIq. 14 *Pr.* 6 *B.*

derh. △TOI — △HFI, OIq — IFq : : △TWZ, WZq. 11 *Pr.* 5 *B.*

ofte TOFH, BO × OF : : △TWZ, WZq. 6 *Pr.* 2 *B.* en op gelyke wyze TWXV, YW × WX : : △TWZ, WZq.

derh. TOFH, TWXV : : BO × OF, YW × WX.

ofte △KOG, △aGW : : BO × OF, YW × WX. § 123.

 maar

maar △ KOG △ GW :: GOq, GWq. 14 *Pr.* 6 *Boek.*

derh. GOq, GWq :: BO×OF, YW×WX. 11 *Pr.* 5 *B.*

Dat te bewyzen was.

GEVOLG.

§ 134. GOq, GWq :: BO×OF, YW×WX. *uit 't beweez.*
en GMq, GOq :: AMq, BO×OF. *op dezelfde wyze.*

derh. GMq, AMq :: GWq, YW×WX. 19 *Pr.* 5 *B.*
maar als GO=GW is, dan is BO×OF=YW×WX, en GM=GW zynde, heeft men AMq=YW×WX, 20 *Def.* 5 *Boek* en *het beweezene.*

XXV. PROPOSITIE.

§ 135. Indien EI (*Tab.* 7. *Fig.* 17.) een halve Ordinate is van het Brandpunt E, GI een Tangens van het punt I; en door G, regthoekig op de As, getrokken is een onbepaalde regte lyn, en eindelyk uit de punten van de Hyperbola C, I, M enz. zyn getrokken CS, IQ, MD evenwydig aan de As AF: dan zullen de lynen EF, EC, EI, EM evenreedig zyn aan de lynen FG, CS, IQ, MD.

DEMONSTRATIE.

Laat IG voortgetrokken zynde, de tweede As ontmoeten in P, dan heeft men

AE×EF, EIq :: BF, EI. § 91 en 92.
derh. AE×EF, EI :: BF, 1. 12. *Prop.* 5 *Boek.*
ofte BE×EG, EI :: BF, 1. § 121.
daarom BE, BF :: EI, EG. 20 *Prop.* 5 *Boek.*
en BP, BG :: EI, EG. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

derhalven BE, BF :: BP, BG. 11 *Prop.* 5 *Boek*

en

en $EB \times BG = FB \times BP$. 6 *Prop.* 5 *Boek.*
maar $EB \times BG = FBq$. § 95.

daarom $FBq = FB \times BP$. 1 *Ax.*
en $FB = BP$. 8 *Ax.*

Ten 2den. $AE, BE :: EG, EF$. § 121.
derh. $AE - BE, EG - EF :: BE, EF$. 14 *Pr.* 5 *B.*
ofte $BP, GF :: BE, EF$. *uit het reeds beweezene.*
en $BP, HF :: BG, GF$. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

derh. $BPq, HF :: BE \times BG, EF$. 17 *en* 12 *Pr.* 5 *B.*
maar $BPq = BFq = BE \times BG$. § 95.

daarom $HF = EF$. 20 *Def.* 5 *Boek.*

Ten 3den. $VT \times TM, HFq :: ITq, IHq$. § 134.
en $ELq, EFq :: ITq, IHq$. 2 *Pr.* 6 *B. en* 18 *Pr.* 5 *B.*

derh. $VT \times TM, HFq :: ELq, EFq$. 11 *Prop.* 5 *B.*
maar $HFq = EFq$. *uit 't beweez.*

derhalven $VT \times TM = ELq$. 20 *Def.* 5 *Boek.* en
$VT \times TM + MLq = ELq + LMq = EMq$. 3 *Ax.* 32 *Pr.* 1 *B.*
edog $VT \times TM + MLq = LTq$. 6 *Prop.* 2 *Boek.*

daarom $LTq = EMq$. 1 *Ax.*
en $LT = EM$.

Ten 4den. $WR \times RC, HFq :: IRq, IHq$. § 134.
en $NEq, FEq :: IRq, IHq$. 2 *Pr.* 6 *B. en* 18 *P.* 5 *B.*

derh. $WR \times RC, HFq :: NEq, FEq$. 11 *Pr.* 5 *B.*
maar $HFq = FEq$. 2de *beweezene.*

derhalven $WR \times RC = NEq$. 20 *Def.* 5 *Boek.* en
$WR \times RC + NCq = NEq + NCq = ECq$. 3 *Ax.* 32 *Pr.* 1 *B.*

maar

maar $WR \times RC + NCq = NRq$. 6 *Prop.* 2 *Boek.*

bygevolg $NRq = ECq$. 1 *Ax.*

en $NR = EC$.

Eindelyk is

GF, FH :: GN, NR :: GE, EI :: GL, LT. 4 *Pr.* 6 *B.*
of GF, FE :: SC, EC :: QI, EI :: DM, EM. 2de, 3de, *en* 4de *bew.*

Dat te bewyzen was.

XXVI. PROPOSITIE.

§ 136. Gegeeven zynde de beide halve Asfen CB, CD (*Tab.* 7. *Fig.* 18.) om de Hyperbola door punten te befchryven.

OPLOSSING.

Befchryft, met de halve Asfen CB en CD als radiën, uit het middelpunt C, twee halve ronden, die de As fnyden in F en B; en befchryft daar en boven, als men twee punten begeert te vinden, uit het zelfde middelpunt C, maar met radiën die grooter dan CB zyn, nog twee halve ronden; en regt op, uit de punten B en F, twee onbepaalde lynen regthoekig op AB, welke eerfte een der laatst befchreevene ronden fnydt in Z, en de andere in K; trekt dan uit E, en I, alwaar de beide laatfte halve ronden de As fnyden, twee lynen evenwydig aan BK; en trekt uit C, tot de punten Z en K twee lynen; welke de perpendiculaare lyn, uit F getrokken, fnyden in N en G; en maakt eindelyk $EM = FN$ en $HI = FG$: dan zullen M en H punten van de Hyperbola zyn, welkers toppunt is B.

D E-

DEMONSTRATIE.

CE = C*l*.
CB = CA.

daarom BE = A*l*. 4 *Ax*.
voorts AB = AB.

bygevolg AE = B*l*. 3 *Ax*.
maar EB = BE.

derh. AE × EB = *l*B × BE = BZ*q*. 7 *Ax*. en 8 *Pr*. 6 *B*.
voorts is ZB*q*, FN*q* :: CB*q*, CF*q*. 4 *Pr*. 6 *B*. en 18 *Pr*. 5 *B*.
bygevolg AE×EB, EM*q* :: CB*q*, CD*q*. *uit het bew. en Constr*
derhalven M een punt van de Hyperbola. § 84.

Ten tweeden, CI = C*i*.
CB = CA.

daarom BI = A*i*. 4 *Ax*.
en *i*B = AI.
nog BI = BI.

derhalven *i*B×BI = AI × IB = BK*q*. 7 *Ax*. en 8 *Pr*. 6 *B*.
wyders BK*q*, FG*q* :: CB*q*, CF*q*. 4 *Pr*. 6 *B*. en 18 *Pr*. 5 *B*.
ofte AI×IB, IH*q* :: CB*q*, CD*q*. *uit het beweez. en Constr.*
bygevolg H een punt van de Hyperbola. § 84.

Dat te bewyzen was.

XXVII. PROPOSITIE.

§ 137. Als een Conus ABC (*Tab*. 7. *Fig*. 19.) gesneeden wordt door een vlak EHLKG, dat evenwydig met de As BD van de Conus is, en regthoekig met den driehoek ABC, die door de As van de Conus gaat; zal dit vlak van doorsnyding EHLKG een Hyperbola zyn; en als FL, de gemeene sneed der Hyperbola met den driehoek ABC, tot in N, het ver-

I leng-

lengde van BC, verlengd wordt; zal het verlengde deel LN de eerſte As zyn: en BM, die uit de top van de Kegel regthoekig op LN getrokken is, zal de halve tweede As zyn.

DEMONSTRATIE.

Dewyle BD regthoekig op de baſis AECG ſtaat, 2 *Def.* 10 *Boek;* en FL evenwydig met BD is, *onderſtelling*, ſtaat ook FL regthoekig op de baſis AECG. 8 *Prop.* 9 *Boek;* derhalven zyn de hoeken LFG en LFD regte hoeken, volgens de 4 *Prop.* 9 *Boek.* en DF, die in het vlak ABC is, regthoekig op LF, de gemeene ſneed deezes driehoeks met de Hyperbola; welke elkander regthoekig ſnyden; *door de onderſtelling.* bygevolg is DF regthoekig op het vlak EHLKG. 4 *Prop.* 9 *Boek.* dat is, de $\angle DFG = \angle DFE = L$. 10 *Def.* 9 *B.* en daarom $EF = FG$. 1 *Prop.* 3 *Boek.* Vervolgens de Conus evenwydig aan de Baſis geſneeden zynde, door den Cirkel PHOK, die de Hyperbola ſnydt volgens HK, en de $\triangle ABC$ volgens PO: dan is HK evenwydig met EG. 15 *Prop.* 9 *Boek,* de $\angle OIK = \angle OIH = L$. 6 en 8 *Prop.* 9 *Boek.* en $HI = IK$. 1 *Prop.* 3 *Boek.*

Voorts is de $\angle ABD = \angle NLB$. 12 *Prop.* 1 *Boek,*
en de $\angle ABD = \angle DBC = \angle FNB$. 4 *en* 12 *Pr.* 1 *B.*

derhalven de $\angle FNB = \angle NLB$. 1 *Ax.*
daarom $NM = ML$. *Gevolg van de* 14 *Pr.* 1 *B.*

Eindelyk IN, IO :: NM, MB. } 4 *Prop.* 6 *Boek.*
en IL, IP :: LM, MB. }

bygev. $NI \times IL, PI \times IO :: NM \times LM, MBq$. 17 *Pr.* 5 *B.*
ofte $NI \times IL, IHq :: MLq, MBq$. 23 *Pr.* 3 *B. en 't bew.*

Dat te bewyzen was.

BYVOEGZEL.

§ 138. Indien men $AQ = 2a$ (*Tab.* 7. *Fig.* 20.) de Parameter van $AQ = 2p$, $IG = x$ en $IB = y$ ftelt,

en $AI \times IQ$, $IBq :: AG$, $\frac{1}{2}$ P. is. § 91.

zo is $xx - aa$, $yy :: a$, p.

ofte $yy = \frac{(xx - aa)p}{a}$, welke eigenfchap men noemt de æquatie op de Hyperbola.

XXVIII. PROPOSITIE.

§ 139. Indien Cc een Applicate is van de Diameter Bb; Tc Tangens van c, en BL Tangens van het punt B:

zo is $EG \times GD = GBq$.

DEMONSTRATIE.

Laat wederom $AQ = 2a$, de Parameter van dezelve gelyk aan $2p$, $GI = x$ en $IB = y$ zyn; voorts $BG = c$, $EG = v$, en cF, EH regthoekig op QF, en geftelt $FG = u$; eindelyk door E de lyn PM evenwydig aan QF getrokken hebbende,

is BG, EG :: IG, HG. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

ofte c, $v :: x$, $\frac{vx}{c} = HG$.

bygevolg $HF = u - \frac{vx}{c} = \frac{uc - vx}{c} = PE$.

en BG, EG :: LG, GK. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

ofte c, v, $:: \frac{aa}{x}$, $\frac{aav}{cx}$. § 95.

derhalven $FK = u - \frac{aav}{cx} = \frac{ucx - aav}{cx}$.

en $TK = \frac{aav}{cx} - \frac{aa}{u} = \frac{aavu - aacx}{cxu}$. § 95.

Maar cK, $cE :: KF$, $PE :: TK$, ME. 4 *Prop.* 6 *Boek.*

der-

derhalven $\frac{ucx-aav}{cx}$, $\frac{uc-vx}{c}$ :: $\frac{aavu-aacx}{cux}$: ME.

en $ME=\frac{(uc-vx)\times(aavu-aacx)}{(ucx-aav)cu}$.

maar TG, ME :: GD, DE. 4 *Prop.* 6 *Boek.*
derh. TG+ME, TG :: GD+DE, GD. 13 *Pr.* 5 *B.*

$\frac{aa}{u}+\frac{(uc-vx)\times(vu-cx)aa}{(ucx-aav)cu}$, $\frac{aa}{u}$ :: v, GD.

of $1+\frac{(uc-vx)\times(vu-cx)}{(ucx-aav)\times c}$, 1 :: v, GD. 12 *Pr.* 5 *B.*

dat is $-\frac{aacv+uucv-vvux+vcxx}{ccux-aavc}$, 1 :: v, GD.

ofte $-aac+uuc-vux+cxx$, $ccux-aavc$ :: 1, GD.

derh. $GD=\frac{ccux \quad aavc}{cuu-aac+cxx-vux}=\frac{(ucx-aav)cc}{ccuu-aacc+ccxx-cvux}$

daar en boven is BIq, cFq :: LIq, KFq. 14 *Pr.* 6 *Boek.*

ofte $\left(\frac{xx-aa}{a}\right)p$, $\left(\frac{uu-aa}{a}\right)p$ :: $\left(\frac{xx-aa}{x}\right)^2$, $\left(\frac{ucx-aav}{cx}\right)^2$ §91&95

ofte 1, $uu-aa$ :: $\frac{xx-aa}{xx}$, $\frac{uuccxx-2aacvux+a^4vy}{ccxx}$

en $ccuuxx-aaccxx-aaccuu+a^4cc=uuccxx-2aacuvx+a^4vy$
bygev. $-ccxx-ccuu+aacc=-2cuvx+aavy$
en $aacc-ccxx+2cuvx-aavv=ccuu$

derh. $GD=\frac{(ucx-aav)cc}{aacc \quad ccxx+2cuvx-aayy-aacc+ccxx-cvux}$

ofte $GD=\frac{(ucx-aav)cc}{cvux-aavv}=\frac{(ucx-aav)cc}{(ucx-aav)v}=\frac{cc}{v}$

derhalven $GD=\frac{GBq}{GE}$

en $DG\times GE=GBq$.

Dat te bewyzen was.

EINDE.

Tab. 1.

Fig. 2.

C X U B Z E F D N

Fig. 3.

M P U h S b H B Z h S b G L T A E F Y N

Fig. 5.

C S B Z L N V E D

Fig. 6.

U F D H I B K L Z C G T M N A

Fig. 8.

N S M E G Z H R B D T O A L P I Q

M

Tab. 2.

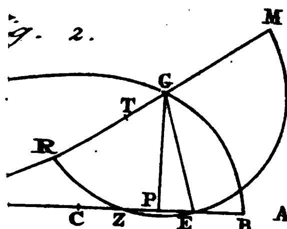


Fig. 2.
M
G
T
R
P
C
Z
E
B

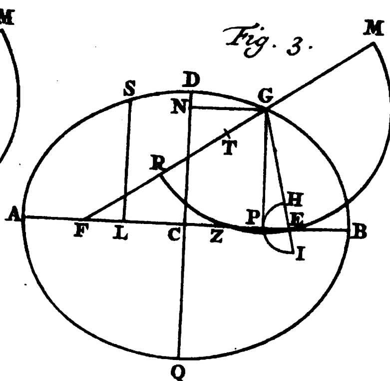
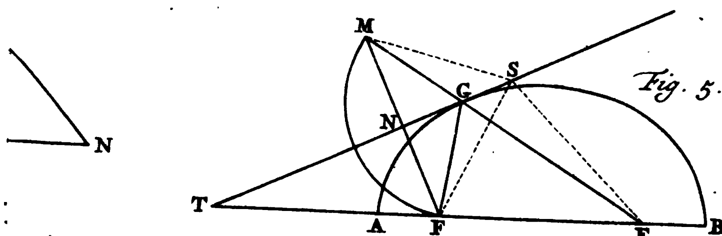


Fig. 3.
M
D
S
N
G
T
R
H
A
F
L
C
Z
P
E
B
I
Q



M
S
Fig. 5.
G
N
N
T
A
F
E
B

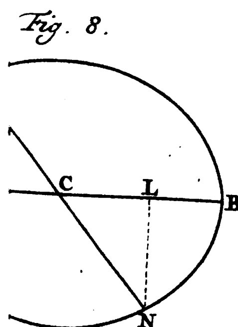
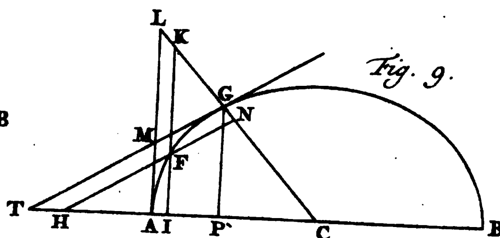
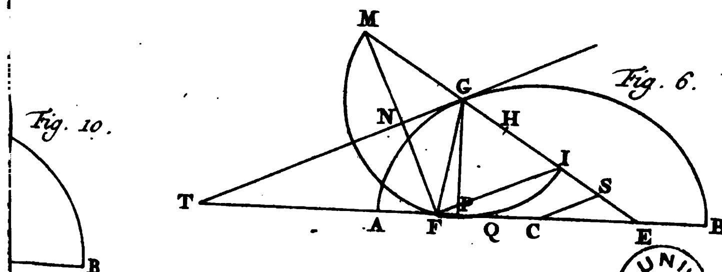


Fig. 8.
C
L
B
N



L
K
Fig. 9.
G
N
M
F
T
H
A
I
P
C
B



M
G
Fig. 6.
N
H
I
S
T
P
A
F
Q
C
E
B

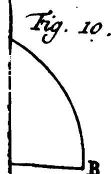
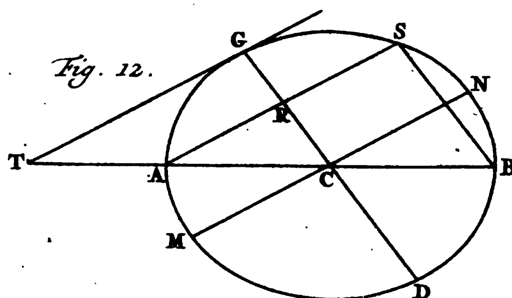
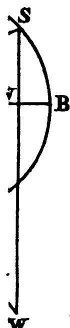
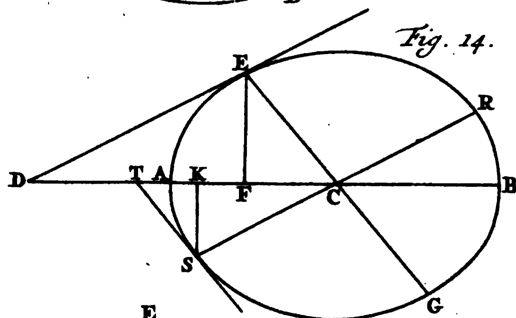


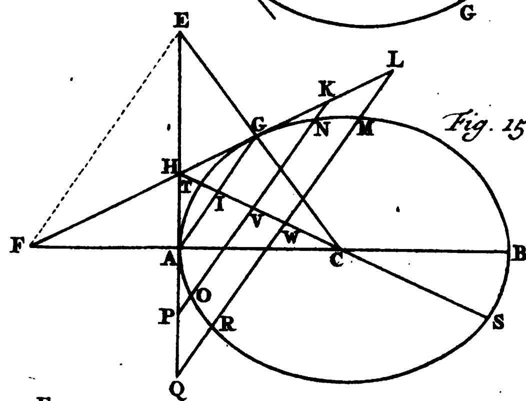
Fig. 10.
B

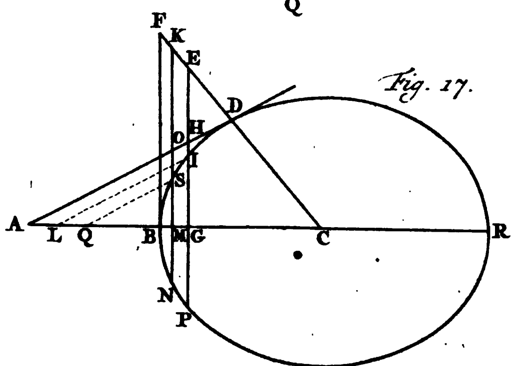
Tab. 3.


Fig. 12.
G
S
N
R
T
A
C
B
M
D


S
B
W


Fig. 14.
E
R
D
T
A
K
F
C
B
S
G


E
L
K
G
N
M
Fig. 15.
H
T
I
V
W
F
A
C
B
O
P
R
S
Q


F
K
E
Fig. 17.
D
O
H
I
S
A
L
Q
B
M
G
C
R
N
P


UNIV.
OF
MICH.

Tab. 4.

Fig. 18.

L K E M O F D G u N W X P g Z a C r b Q

Fig. 20.

D G H F A C E B

Fig. 22.

C D B E P M T L A I K H F G Q c b

Tab. 5.

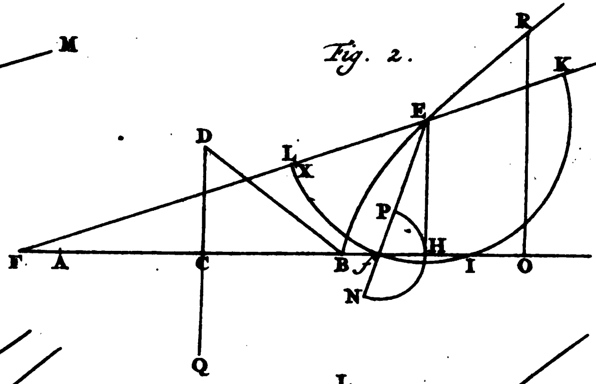


Fig. 2.

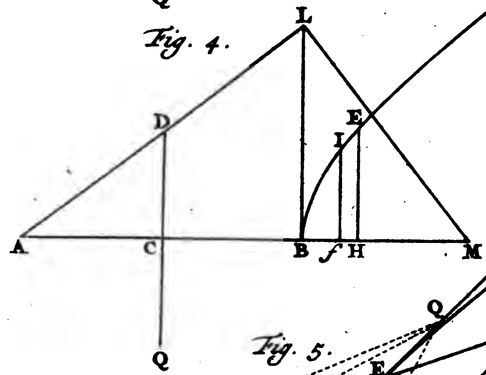


Fig. 4.

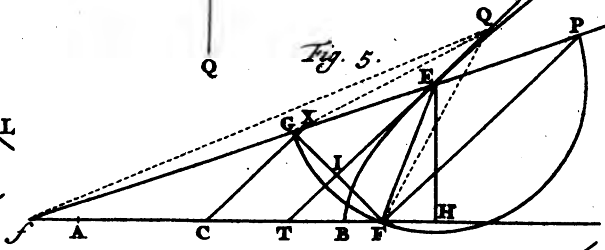


Fig. 5.

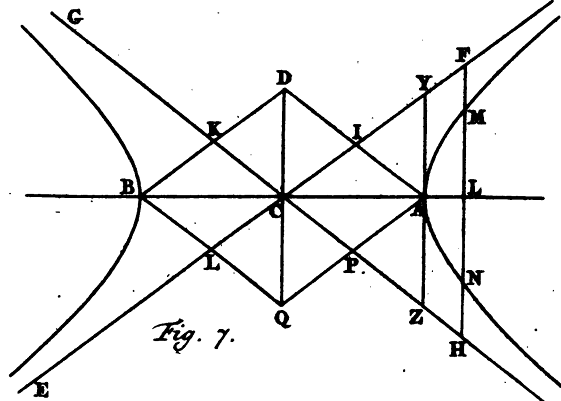


Fig. 7.

Tab. 6.

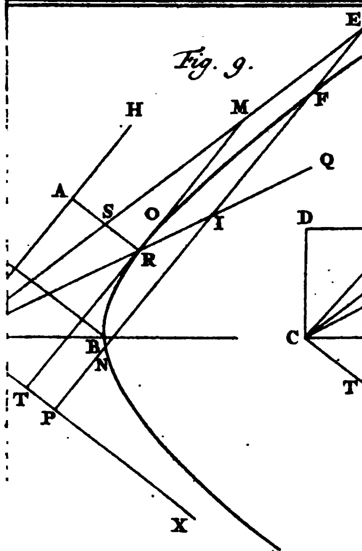


Fig. 9.

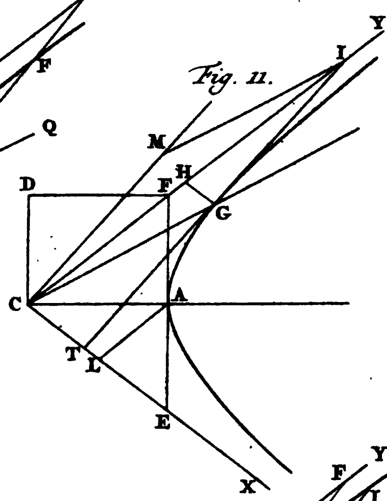


Fig. 11.

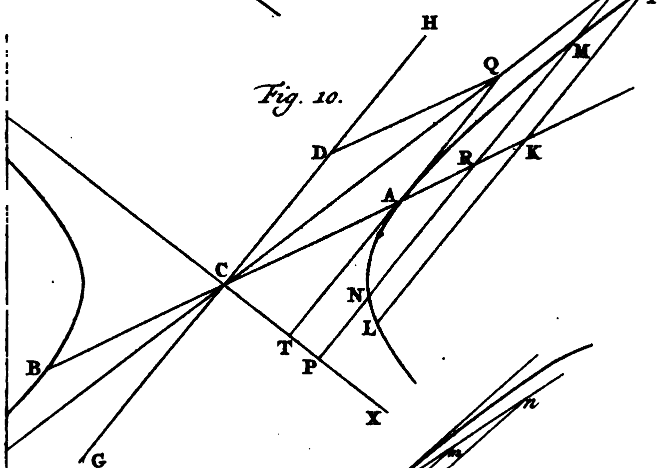


Fig. 10.

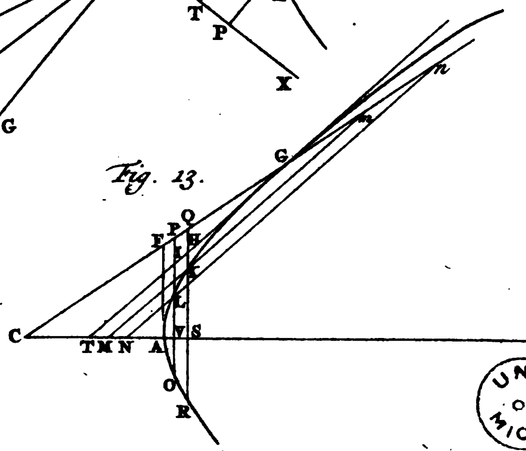


Fig. 13.

Tab. 7.

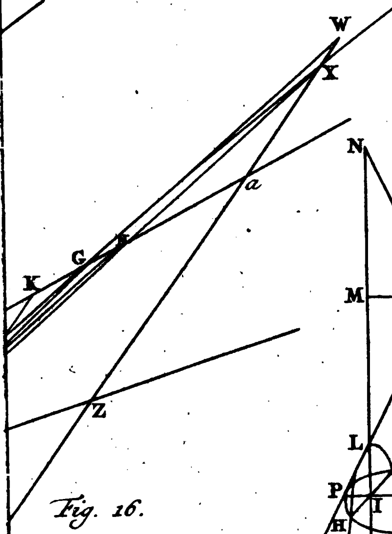


Fig. 16.

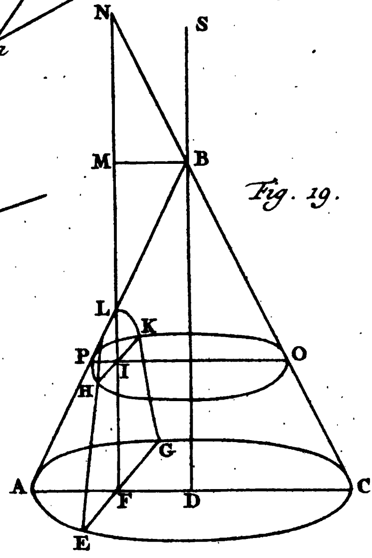
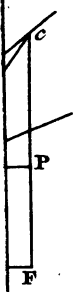


Fig. 19.



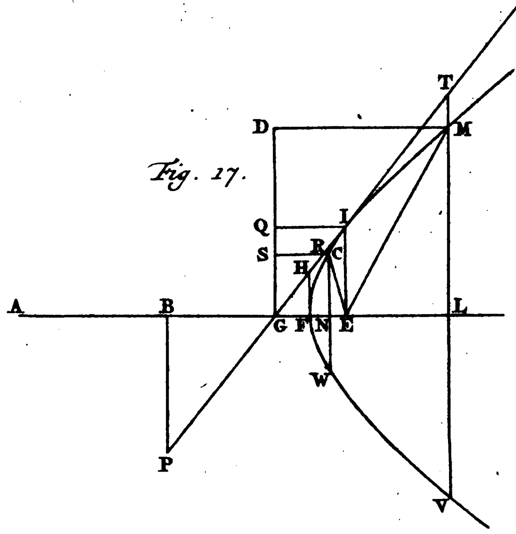


Fig. 17.



